

1. Tính chất của hình chữ nhật

Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông, đồng thời mang đầy đủ tính chất của hình thang cân và hình bình hành.

Các cạnh đối song song và bằng nhau: $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD = BC$.

Bốn góc đều bằng nhau và bằng 90° : $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$.

Hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường: $AC = BD$,
 $OA = OB = OC = OD$.

Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền.

2. Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật

Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.

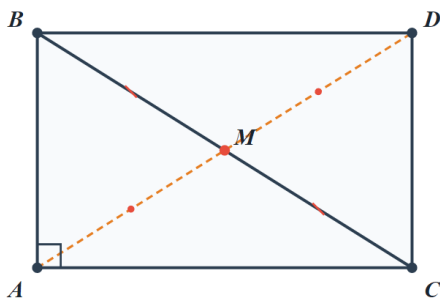
Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

Ví dụ 1

Đề bài: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Gọi D là điểm đối xứng với A qua M. Chứng minh tứ giác ABDC là hình chữ nhật.



Giả thiết: $\triangle ABC$ vuông tại A ($\angle BAC = 90^\circ$) M là trung điểm của BC D đối xứng với A qua M (M là trung điểm của AD)

Kết luận: ABDC là hình chữ nhật

Lời giải chi tiết:

Xét tứ giác ABDC có:

M là trung điểm của BC (theo giả thiết)

M là trung điểm của AD (do D đối xứng với A qua M)

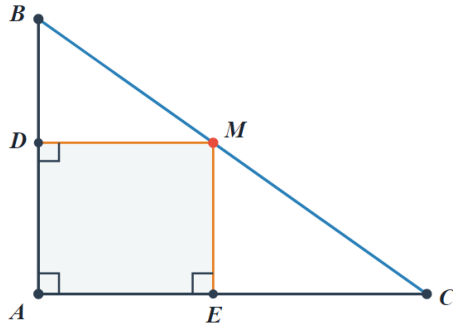
Hai đường chéo AD và BC cắt nhau tại trung điểm M của mỗi đường, do đó tứ giác ABDC là hình bình hành.

Lại có $BAC = 90^\circ$ (do tam giác ABC vuông tại A).

Hình bình hành ABDC có một góc vuông nên ABDC là hình chữ nhật (dấu hiệu nhận biết).

Ví dụ 2

Đề bài: Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm M bất kì thuộc cạnh huyền BC. Kẻ MD vuông góc với AB tại D và ME vuông góc với AC tại E. Chứng minh tứ giác ADME là hình chữ nhật.



Giả thiết: $\triangle ABC$ vuông tại A ($DAE = 90^\circ$) $M \in BC$ $MD \perp AB$ tại D ($ADM = 90^\circ$) $ME \perp AC$ tại E ($AEM = 90^\circ$)

Kết luận: ADME là hình chữ nhật

Lời giải chi tiết:

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $BAC = 90^\circ$, hay $DAE = 90^\circ$.

Theo giả thiết, $MD \perp AB$ tại D nên $ADM = 90^\circ$.

Lại có $ME \perp AC$ tại E nên $AEM = 90^\circ$.

Xét tứ giác ADME có: $DAE = 90^\circ$ $ADM = 90^\circ$ $AEM = 90^\circ$ Tứ giác ADME có ba góc vuông nên là hình chữ nhật (dấu hiệu nhận biết).

Bài tập tự luyện

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Gọi D là điểm đối xứng với A qua M. Chứng minh rằng tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm M tùy ý trên cạnh huyền BC. Kẻ MD vuông góc với AB tại D và ME vuông góc với AC tại E. Chứng minh rằng tứ giác ADME là hình chữ nhật.

Bài 3: Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Gọi M là trung điểm của cạnh AC, N là điểm đối xứng với H qua M. Chứng minh rằng tứ giác AHCN là hình chữ nhật.

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD có hai đường chéo AC và BD bằng nhau. Chứng minh rằng tứ giác ABCD là hình chữ nhật.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Kẻ HD vuông góc với AB tại D và HE vuông góc với AC tại E.

a) Chứng minh tứ giác ADHE là hình chữ nhật.

b) Gọi O là giao điểm của AH và DE. Chứng minh rằng $OA = OH = OD = OE$.

Bài 6: Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ A đến đường chéo BD. Lấy điểm F đối xứng với A qua E. Kẻ FK vuông góc với AB tại K, FH vuông góc với AD tại H. Chứng minh rằng tứ giác AKFH là hình chữ nhật.

Bài 7: Cho hình bình hành ABCD có góc A tù. Kẻ BK vuông góc với đường thẳng AD tại K, BH vuông góc với đường thẳng CD tại H. Lấy điểm M sao cho K là trung điểm của BM, điểm N sao cho H là trung điểm của BN. Kẻ đường thẳng qua M song song với AD cắt đường thẳng qua N song song với CD tại P. Chứng minh rằng tứ giác MPNB có ba góc vuông và suy ra MPNB là hình chữ nhật.

Bài 8: Cho hình thang cân ABCD (AB song song với CD). Biết hình thang ABCD có một góc vuông. Chứng minh rằng hình thang cân ABCD là hình chữ nhật.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của cạnh huyền BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

a) Chứng minh tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

b) Từ đó suy ra định lý: Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.

Bài 10: Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D đối xứng với H qua M.

a) Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

b) Giả sử góc $BAC = 90^\circ$, chứng minh tứ giác ABDC là hình chữ nhật.