

Dạng 1: Định nghĩa, tính chất và tích phân cơ bản

Bài 1: Cho $\int_1^3 f(x)dx = 4$ và $\int_1^3 g(x)dx = -2$. Tính giá trị của $I = \int_1^3 [3f(x) - 2g(x) + 1]dx$.

Bài 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)dx = 5$ và $\int_2^5 f(x)dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^5 f(x)dx$.

Bài 3: Tính tích phân $I = \int_0^1 (3x^2 - 4x + 2)dx$.

Bài 4: Tính tích phân $I = \int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$.

Bài 5: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x + 2 \sin x) dx$.

Bài 6: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2e^x - 3^x) dx$.

Bài 7: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x)dx$.

Bài 8: Tính tích phân có chứa giá trị tuyệt đối: $I = \int_{-1}^2 |2x-1| dx$.

Dạng 2: Phương pháp đổi biến số

Bài 9: Tính tích phân $I = \int_0^1 x(x^2+1)^4 dx$ bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

Bài 10: Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$.

Bài 11: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$.

Bài 12: Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$.

Bài 13: Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1} dx$.

Bài 14: Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx$.

Dạng 3: Bài toán ứng dụng thực tế của tích phân

Bài 15: Một ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì người lái đạp phanh. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn.

Bài 16: Một khinh khí cầu đang bay lên theo phương thẳng đứng với vận tốc tại thời điểm t phút ($0 \leq t \leq 10$) cho bởi công thức $v(t) = 6t - t^2$ (m/phút). Hỏi sau 6 phút đầu tiên kể từ khi bắt đầu rời mặt đất, khinh khí cầu đạt được độ cao bao nhiêu mét?

Bài 17: Tốc độ rò rỉ dầu từ một téc chứa sau một sự cố tại thời điểm t giờ được mô hình hóa bởi hàm số $r(t) = 120e^{-0,2t}$ (lít/giờ). Tính lượng dầu đã rò rỉ ra ngoài trong 5 giờ đầu tiên kể từ khi xảy ra sự cố (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Bài 18: Tốc độ tăng dân số của một thị trấn sau t năm (kể từ năm 2020) được ước lượng bởi công thức $P'(t) = 200 + 15\sqrt{t}$ (người/năm). Tính số dân tăng thêm của thị trấn này trong khoảng thời gian từ năm 2021 ($t = 1$) đến năm 2029 ($t = 9$).

Bài 19: Một vật chuyển động thẳng với gia tốc thay đổi theo thời gian $a(t) = 6t - 2$ (m/s²). Biết rằng tại thời điểm ban đầu $t = 0$, vận tốc của vật là $v(0) = 4$ m/s. Tính quãng đường vật đi được trong 3 giây đầu tiên.

Bài 20: Tốc độ bơm nước vào một bể chứa tại thời điểm t phút ($0 \leq t \leq 60$) được xác định bởi hàm số $v(t) = 20 + 2t$ (lít/phút). Tính tổng lượng nước đã bơm vào bể sau 30 phút đầu tiên, biết ban đầu bể rỗng.