

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

1. KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Hai phương trình được gọi là tương đương khi chúng có cùng tập nghiệm. Nếu phương trình $f(x) = 0$ tương đương với phương trình $g(x) = 0$ thì ta viết $f(x) = 0 \Leftrightarrow g(x) = 0$. Hai phương trình vô nghiệm là tương đương.

2. PHƯƠNG TRÌNH $\sin x = m$

Phương trình $\sin x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \leq 1$. Khi $|m| \leq 1$, tồn tại duy nhất

$\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin \alpha = m$. Công thức nghiệm tổng quát:

$$\sin x = m \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Nếu số đo của góc α được cho bằng đơn vị độ:

$$\sin x = \sin \alpha^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - \alpha^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Các trường hợp đặc biệt: $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ví dụ phương trình dạng $\sin x = m$:

$$\text{Giải phương trình } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

3. PHƯƠNG TRÌNH $\cos x = m$

Phương trình $\cos x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \leq 1$. Khi $|m| \leq 1$, tồn tại duy nhất $\alpha \in [0; \pi]$ sao cho $\cos \alpha = m$. Công thức nghiệm tổng quát:

$$\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Nếu số đo của góc α được cho bằng đơn vị độ:

$$\cos x = \cos \alpha^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha^\circ + k360^\circ \\ x = -\alpha^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Các trường hợp đặc biệt: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ví dụ phương trình dạng $\cos x = m$: Giải phương trình

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

4. PHƯƠNG TRÌNH $\tan x = m$

Phương trình $\tan x = m$ luôn có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. Với mọi $m \in \mathbb{R}$, tồn tại duy nhất

$\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan \alpha = m$. Công thức nghiệm tổng quát:

$$\tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Nếu số đo của góc α được cho bằng đơn vị độ:

$$\tan x = \tan \alpha^\circ \Leftrightarrow x = \alpha^\circ + k180^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ví dụ phương trình dạng $\tan x = m$: Giải phương trình

$$\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

5. PHƯƠNG TRÌNH $\cot x = m$

Phương trình $\cot x = m$ luôn có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. Với mọi $m \in \mathbb{R}$, tồn tại duy nhất $\alpha \in (0; \pi)$ sao cho $\cot \alpha = m$. Công thức nghiệm tổng quát:

$$\cot x = m \Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Nếu số đo của góc α được cho bằng đơn vị độ:

$$\cot x = \cot \alpha^\circ \Leftrightarrow x = \alpha^\circ + k180^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ví dụ phương trình dạng $\cot x = m$: Giải phương trình

$$\cot x = 1 \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$$

6. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY TÌM MỘT GÓC KHI BIẾT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA NÓ

Sử dụng các phím $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ để tìm số đo góc khi biết giá trị lượng giác. Bước 1: Chọn đơn vị đo góc (độ hoặc radian). Bước 2: Ấn phím SHIFT cùng phím hàm lượng giác tương ứng ($\sin$, $\cos$, $\tan$), nhập giá trị m rồi ấn phím $=$.