CHƯƠNG I: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 3: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

I. Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bước 1: Lập hệ phương trình.

Chọn hai ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.

Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.

Lập hai phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng để suy ra hệ phương trình.

Bước 2: Giải hệ phương trình.

Sử dụng các phương pháp đã học như phương pháp thế hoặc phương pháp cộng đại số để tìm nghiệm của hệ phương trình.

Bước 3: Trả lời.

Kiểm tra xem trong các nghiệm tìm được, nghiệm nào thỏa mãn, nghiệm nào không thỏa mãn điều kiện của ẩn rồi kết luận.

II. Ví dụ mẫu

Bài toán 1: Một vật có khối lượng 124 g và thể tích $15\ \text{cm}^3$ *là hợp kim của đồng và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam đồng và bao nhiêu gam kẽm, biết rằng* $1\ \text{cm}^3$ *đồng nặng 8,9 g và* $1\ \text{cm}^3$ *kẽm nặng 7 g.*

Lời giải:

Gọi x là số gam đồng và y là số gam kẽm có trong vật hợp kim.

Điều kiện: $x > 0, y > 0$.

Khối lượng tổng cộng của vật là 124 g nên ta có phương trình:

$$x + y = 124$$

Thể tích của x gam đồng là $\frac{x}{8,9}\ \text{cm}^3$.

Thể tích của y gam kẽm là $\frac{y}{7}\ \text{cm}^3$.

Thể tích tổng cộng của vật là $15\ \text{cm}^3$ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{8,9} + \frac{y}{7} = 15$$

Từ đó, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=124 \\ \dfrac{x}{8,9}+\dfrac{y}{7}=15 \end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất, suy ra $y=124-x$, thế vào phương trình thứ hai ta được:

$$\frac{x}{8,9}+\frac{124-x}{7}=15$$

Giải phương trình trên ta tìm được $x=89$.

Thay $x=89$ vào phương trình $y=124-x$ ta tìm được $y=35$.

Cả hai giá trị $x=89$ và $y=35$ đều thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy trong vật đó có 89 gam đồng và 35 gam kẽm.

Bài toán 2: *Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ 48 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 4 giờ rồi khóa lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ thì cả hai vòi chảy được* $\frac{3}{4}$ *bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình để đầy bể.*

Lời giải:

Đổi 4 giờ 48 phút = $\frac{24}{5}$ giờ.

Gọi x (giờ) là thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể.

Gọi y (giờ) là thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể.

Điều kiện: $x>\frac{24}{5}, y>\frac{24}{5}$.

Trong 1 giờ, vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể.

Trong 1 giờ, vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Vì cả hai vòi cùng chảy thì sau $\frac{24}{5}$ giờ đầy bể nên trong 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{5}{24}$ bể, ta có phương trình:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}$$

Nếu mở vòi một trong 4 giờ và vòi hai trong 3 giờ thì được $\frac{3}{4}$ bể nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{x}+\frac{3}{y}=\frac{3}{4}$$

Từ đó, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}\\ \frac{4}{x}+\frac{3}{y}=\frac{3}{4}\end{cases}$$

Đặt $u=\frac{1}{x}$ và $v=\frac{1}{y}$ với $u>0, v>0$, hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}u+v=\frac{5}{24}\\ 4u+3v=\frac{3}{4}\end{cases}$$

Từ phương trình thứ nhất suy ra $v=\frac{5}{24}-u$, thế vào phương trình thứ hai ta được:

$$4u+3\left(\frac{5}{24}-u\right)=\frac{3}{4}$$

Giải phương trình này ta tìm được $u=\frac{1}{8}$.

Thay $u=\frac{1}{8}$ vào biểu thức của v ta tìm được $v=\frac{1}{12}$.

Suy ra $\frac{1}{x}=\frac{1}{8}\Rightarrow x=8$ và $\frac{1}{y}=\frac{1}{12}\Rightarrow y=12$.

Cả hai giá trị đều thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình trong 8 giờ thì đầy bể, vòi thứ hai chảy một mình trong 12 giờ thì đầy bể.