

# CHƯƠNG I: MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

## BÀI 1: MỆNH ĐỀ

### 1. MỆNH ĐỀ, MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN

#### a. Mệnh đề

Mệnh đề logic (gọi tắt là mệnh đề) là một khẳng định có tính đúng hoặc sai.

Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng hoặc sai.

Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

Thông thường, những câu nghi vấn, câu cảm thán, câu cầu khiến không phải là mệnh đề.

Người ta thường sử dụng các chữ cái  $P, Q, R, \dots$  để biểu thị các mệnh đề.

Những mệnh đề liên quan đến toán học được gọi là mệnh đề toán học.

Ví dụ về mệnh đề và câu không phải mệnh đề:

Phương trình  $3x^2 - 5x + 2 = 0$  có nghiệm nguyên là một mệnh đề đúng

Khẳng định  $5 < 7 - 3$  là một mệnh đề toán học sai

Câu hỏi Bạn đã làm bài tập chưa không phải là mệnh đề vì không xác định được tính đúng sai

Câu cảm thán Thời tiết hôm nay thật đẹp không phải là mệnh đề vì chỉ nêu lên ý kiến người nói

#### b. Mệnh đề chứa biến

Mệnh đề chứa biến là câu chưa khẳng định được tính đúng sai ngay, nhưng khi thay biến bằng một giá trị cụ thể thì ta nhận được một mệnh đề.

Ví dụ về mệnh đề chứa biến:

Xét phát biểu số tự nhiên  $n$  chia hết cho 2 với  $n$  là số tự nhiên

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của phát biểu trên nên gọi là mệnh đề chứa biến

Khi thay giá trị  $n = 10$  ta được mệnh đề đúng là số 10 chia hết cho 2

Khi thay giá trị  $n = 5$  ta được mệnh đề sai là số 5 chia hết cho 2

## 2. MỆNH ĐỀ PHỦ ĐỊNH

Để phủ định một mệnh đề  $P$ , người ta thường thêm (hoặc bớt) từ "không" hoặc "không phải" vào trước vị ngữ của mệnh đề  $P$ .

Kí hiệu mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  là  $\bar{P}$ .

Mệnh đề  $P$  và mệnh đề  $\bar{P}$  là hai phát biểu hoàn toàn trái ngược nhau.

Nếu  $P$  đúng thì  $\bar{P}$  sai, còn nếu  $P$  sai thì  $\bar{P}$  đúng.

Ví dụ về mệnh đề phủ định:

Mệnh đề  $P$  phát biểu số 17 là số chính phương là một mệnh đề sai

Mệnh đề phủ định  $\bar{P}$  phát biểu số 17 không phải là số chính phương

Mệnh đề phủ định  $\bar{P}$  vừa viết ở dòng trên là một mệnh đề đúng

Hai phát biểu này luôn có tính đúng sai ngược nhau một cách hoàn toàn

## 3. MỆNH ĐỀ KÉO THEO, MỆNH ĐỀ ĐẢO

### a. Mệnh đề kéo theo

Mệnh đề "Nếu  $P$  thì  $Q$ " được gọi là một mệnh đề kéo theo và kí hiệu là  $P \Rightarrow Q$ .

Các định lí toán học là những mệnh đề đúng và thường có dạng  $P \Rightarrow Q$ .

Khi đó ta nói  $P$  là giả thiết của định lí,  $Q$  là kết luận của định lí.

Định lí cũng được phát biểu dưới dạng " $P$  là điều kiện đủ để có  $Q$ " hoặc " $Q$  là điều kiện cần để có  $P$ ".

Ví dụ về mệnh đề kéo theo:

Xét định lí nếu tứ giác ABCD là hình chữ nhật thì hai đường chéo bằng nhau

Giả thiết  $P$  của định lí này là tứ giác ABCD là hình chữ nhật

Kết luận  $Q$  của định lí này là tứ giác ABCD có hai đường chéo bằng nhau

Phát biểu khác tứ giác ABCD là hình chữ nhật là điều kiện đủ để hai đường chéo bằng nhau

### b. Mệnh đề đảo

Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết phải là một mệnh đề đúng.

Ví dụ về mệnh đề đảo:

Mệnh đề kéo theo đúng phát biểu nếu tam giác ABC đều thì tam giác ABC cân

Mệnh đề đảo tương ứng thu được là nếu tam giác ABC cân thì tam giác ABC đều

Mệnh đề đảo vừa phát biểu ở dòng ngay phía trên là một mệnh đề sai

Sự thay đổi này chứng minh mệnh đề đảo không nhất thiết đúng khi mệnh đề gốc đúng

## 4. MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG

Mệnh đề " $P$  nếu và chỉ nếu  $Q$ " được gọi là một mệnh đề tương đương và kí hiệu là  $P \Leftrightarrow Q$ .

Nếu cả hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng thì mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$  đúng.

Khi đó ta nói " $P$  tương đương với  $Q$ " hoặc " $P$  là điều kiện cần và đủ để có  $Q$ " hoặc " $P$  khi và chỉ khi  $Q$ ".

Ví dụ về mệnh đề tương đương:

Mệnh đề một số tự nhiên chia hết cho 5 nếu và chỉ nếu số đó có chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5

Mệnh đề tương đương này đúng vì cả hai chiều kéo theo thuận và đảo đều đúng

Ta nói số tự nhiên chia hết cho 5 là điều kiện cần và đủ để có tận cùng là 0 hoặc 5

Mối quan hệ tương đương logic giúp thể hiện điều kiện hai chiều một cách ngắn gọn

## 5. MỆNH ĐỀ CÓ CHỨA KÍ HIỆU $\forall$ , $\exists$

Kí hiệu  $\forall$  đọc là "với mọi", dùng để chỉ tất cả các phần tử của một tập hợp nào đó.

Kí hiệu  $\exists$  đọc là "tồn tại" hoặc "có một" hoặc "có ít nhất một".

Mệnh đề phủ định của mệnh đề chứa kí hiệu "với mọi" là mệnh đề chứa kí hiệu "tồn tại" kết hợp phủ định tính chất của mệnh đề đó.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề chứa kí hiệu "tồn tại" là mệnh đề chứa kí hiệu "với mọi" kết hợp phủ định tính chất của mệnh đề đó.

Ví dụ về mệnh đề chứa kí hiệu với mọi và tồn tại:

Mệnh đề mọi số thực đều có bình phương không âm viết bằng kí hiệu là  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

Mệnh đề phủ định của phát biểu trên được viết lại dưới dạng kí hiệu là  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$

Mệnh đề phát biểu ban đầu là mệnh đề đúng còn mệnh đề phủ định thu được là mệnh đề sai

Việc hoán đổi qua lại giữa hai kí hiệu này là nguyên tắc cơ bản khi lấy phủ định