

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

1. Góc lượng giác

a) Khái niệm góc lượng giác

Cho hai tia Ou, Ov . Nếu tia Om quay quanh gốc O từ vị trí Ou đến vị trí Ov theo một chiều nhất định thì tạo ra một góc lượng giác kí hiệu là (Ou, Ov) .

Tia Ou là tia đầu, tia Ov là tia cuối của góc lượng giác.

Quy ước chiều ngược chiều kim đồng hồ là chiều dương, chiều cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm.



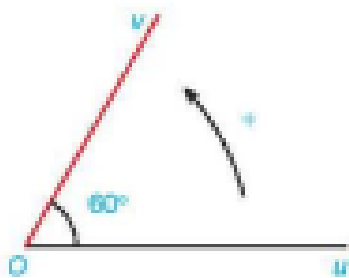
b) Số đo của góc lượng giác

Mỗi góc lượng giác được xác định bởi số đo của nó, kí hiệu là $sd(Ou, Ov)$.

Một cặp tia Ou, Ov tạo ra vô số góc lượng giác có số đo sai khác nhau một bội nguyên của 360° hoặc 2π rad.

Công thức số đo tổng quát theo độ là $sd(Ou, Ov) = \alpha + k \cdot 360^\circ$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Công thức số đo tổng quát theo ra-đi-ang là $sd(Ou, Ov) = \alpha + k \cdot 2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

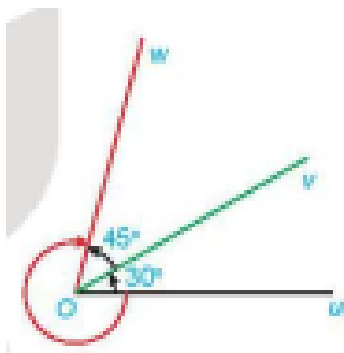


Hình 1.4

c) Hệ thức Chasles

Với ba tia Ou, Ov, Ow tùy ý trên mặt phẳng tọa độ, ta luôn có một hệ thức liên hệ về số đo.

Công thức hệ thức được phát biểu là $sd(Ou, Ov) + sd(Ov, Ow) = sd(Ou, Ow) + k \cdot 360^\circ$ với $k \in \mathbb{Z}$.



2. Đơn vị đo góc và độ dài cung tròn

a) Đơn vị đo góc

Đơn vị độ kí hiệu bằng ký tự tròn nhỏ phía trên số, chia đường tròn thành 360 phần bằng nhau.

Đơn vị ra-đi-ang là số đo của một cung có độ dài đúng bằng bán kính R của đường tròn, viết tắt là rad.

b) Quan hệ giữa độ và ra-đi-ang

Mối liên hệ giữa hai đơn vị đo được thiết lập qua biểu thức công thức tổng quát $180^\circ = \pi \text{ rad}$.

Công thức chuyển đổi từ đơn vị độ sang đơn vị ra-đi-ang là $a^\circ = a \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad}$.

Công thức chuyển đổi từ đơn vị ra-đi-ang sang đơn vị độ là $\alpha \text{ rad} = \alpha \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

c) Độ dài cung tròn

Một cung của đường tròn bán kính R có số đo $\alpha \text{ rad}$ thì có độ dài tương ứng được tính theo công thức $l = R \cdot \alpha$.

Khi đề bài cho số đo cung bằng độ, bắt buộc phải đổi sang đơn vị ra-đi-ang trước khi tính độ dài.

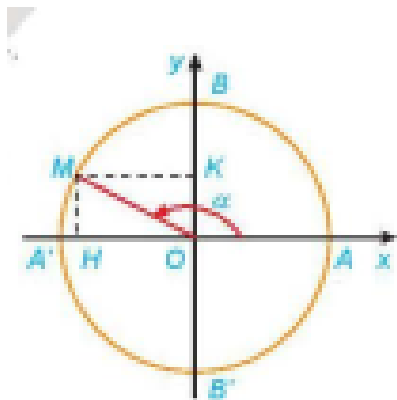
Ví dụ tính độ dài cung tròn của một đường tròn có bán kính bằng 15 cm.

Cung tròn cần tính trên đường tròn này có số đo bằng pi chia 3 radian.

Áp dụng trực tiếp công thức độ dài cung bằng bán kính nhân với số đo alpha.

Kết quả tính toán cho ra độ dài cung bằng 5 nhân pi xấp xỉ bằng 15,71 cm.

3. Đường tròn lượng giác



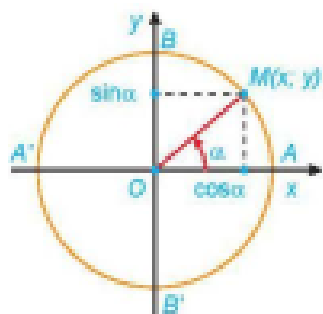
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường tròn định hướng tâm O bán kính bằng 1, lấy điểm A(1; 0) làm gốc gọi là đường tròn lượng giác.

Đường tròn này cắt hai trục tọa độ tại bốn điểm chính là A(1;0), B(0;1), A'(-1;0), B'(0;-1).

4. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

a) Định nghĩa các giá trị lượng giác

Giả sử góc lượng giác có số đo alpha được biểu diễn bởi điểm M(x; y) trên đường tròn lượng giác.



Hình 1.9b

Hoành độ x của điểm M gọi là cosin của góc α , kí hiệu là $\cos \alpha = x$.

Tung độ y của điểm M gọi là sin của góc α , kí hiệu là $\sin \alpha = y$.

Tỉ số y chia x với điều kiện $x \neq 0$ gọi là tang của góc α , kí hiệu là $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x}$.

Tỉ số x chia y với điều kiện $y \neq 0$ gọi là cotang của góc α , kí hiệu là $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y}$.

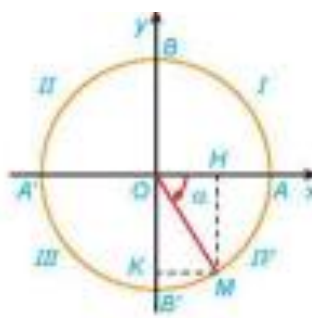
b) Ý nghĩa hình học của tang và cotang

Trục thẳng đứng vuông góc với trục hoành tại điểm gốc A được gọi là trục tang của đường tròn lượng giác.

Trục nằm ngang vuông góc với trục tung tại điểm B được gọi là trục cotang của đường tròn lượng giác.

c) Dấu của các giá trị lượng giác

Giá trị lượng giác	Góc phần tư			
	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-



Góc phần tư thứ I từ 0° đến 90° làm cho cả bốn giá trị lượng giác đều nhận dấu dương.

Góc phần tư thứ II từ 90° đến 180° làm cho sin nhận dấu dương, còn cos, tan, cot nhận dấu âm.

Góc phần tư thứ III từ 180° đến 270° làm cho tan, cot nhận dấu dương, còn sin, cos nhận dấu âm.

Góc phần tư thứ IV từ 270° đến 360° làm cho cos nhận dấu dương, còn sin, tan, cot nhận dấu âm.

5. Các hệ thức lượng giác cơ bản

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \text{ với } \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \text{ với } \alpha \neq k\pi$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \text{ với } \alpha \neq \frac{k\pi}{2}$$

6. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

a) Góc đối nhau (α và $-\alpha$)

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

b) Góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$)

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

c) Góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

d) Góc hơn kém π (α và $\pi + \alpha$)

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$