ĐỀ 5

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[10;15\right]$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(10)=-9, F(15)=4$. Tính $\int\limits_{10}^{15} f(x)\mathrm{d}x$.

A. 13. **B.** -13. **C.** -5. **D.** -36.

Lời giải

Chọn A

$\int\limits_{10}^{15} f(x)\mathrm{d}x = F(15)-F(10)=4-(-9)=13$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $y=-x-3$ là:

A. $-x^2-3x+C$. **B.** $-2x+C$. **C.** $-x^2-3+C$. **D.** $-\frac{x^2}{2}-3x+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int -x-3dx=-\frac{x^2}{2}-3x+C$.

Câu 3. Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp $11\,A$ trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam). Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Tần số	2	10	16	8	2	2

A. $\Delta_Q=16$. **B.** $\Delta_Q=14,5$. **C.** $\Delta_Q=13,5$. **D.** $\Delta_Q=10,6$.

Lời giải

Chọn B

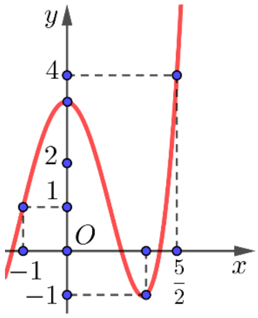
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M\left(3;-1;1\right)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$. **B.** $3x+2y+z-8=0$. **C.** $3x-2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z+3=0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\left[-1,\frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\left[-1,\dfrac{5}{2}\right]$ là

A. $M=4,m=1$. **B.** $M=4,m=-1$. **C.** $M=\dfrac{7}{2},m=-1$. **D.** $M=\dfrac{7}{2},m=1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}>9$ trên tập số thực là

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(-2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}>9\Leftrightarrow 3^{-x}>3^{2}\Leftrightarrow -x>2\Leftrightarrow x<-2$

Vậy tập nghiệm là: $S=\left(-\infty;-2\right)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $x-y-z-3=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\vec{n}_1\left(1;-1;-1\right)$. **B.** $\vec{n}_2\left(-1;-1;-1\right)$. **C.** $\vec{n}_3\left(1;1;1\right)$. **D.** $\vec{n}_4\left(-1;-1;-3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $x-y-z-3=0$ là $\left(1;-1;-1\right)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp\left(ABCD\right)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$?

A. $\left(SAC\right)$. **B.** $\left(SBC\right)$. **C.** $\left(SCD\right)$. **D.** $\left(SBD\right)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $\left(SAC\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ vì $SA\perp\left(ABCD\right)$ và $SA\subset\left(SAC\right)$.

Câu 9. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2-\log_2 3=1$ là:

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\frac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d.

A. $d=\frac{11}{3}$. **B.** $d=\frac{10}{3}$. **C.** $d=\frac{3}{10}$. **D.** $d=\frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây nhận $\vec{u}=(3;1;-7)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{-7}$. **B.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+7}{3}$. **C.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{7}$. **D.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-7}{3}$

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^{2025}, \forall x\in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a)**, **b)**, **c)**, **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x+2x+1$.

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\sin 2x+2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ là $x=\frac{\pi}{4}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ bằng 2π.

Lời giải

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Đúng**	**d) Sai**

a) Đúng: $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(2.\frac{\pi}{2}\right)+2.\frac{\pi}{2}+1=\pi$

b) Sai: Đạo hàm $f'(x)=-2\sin 2x+2$

c) Đúng: Phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow -2\sin 2x+2=0\Leftrightarrow \sin 2x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Vì $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ nên $x=\frac{\pi}{4}$

d) Sai: Ta có $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\pi$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{2}+1$; $f\left(\pi\right)=2\pi+2$.

Vậy $\max\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} f\left(x\right)=f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\pi$ và $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} f\left(x\right)=f\left(\pi\right)=2\pi+2$

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ bằng $\pi+2$.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang di chuyển trên đoạn đường dẫn để nhập làn cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 300 m, tốc độ của ô tô là 40 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b\quad(a>0)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 15 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn cao tốc lớn hơn 200 m.

b) Giá trị của b là $\frac{100}{9}$.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0\le t\le 20$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^{20} v(t)dt$.

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, vận tốc của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng

Đổi $40km/h=\frac{100}{9}m/s$.

Sau $2s$ quãng đường ô tô đi được lúc chưa tăng tốc là: $2.\frac{100}{9}=\frac{200}{9}\left(m\right)$

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $300-\frac{200}{9}=\frac{2500}{9}\left(m\right)>200\left(m\right)$.

b) Đúng

Tại thời điểm lúc ô tô bắt đầu tăng tốc $\left(t=0\right)$ thì vận tốc của ô tô vẫn đang là $\frac{100}{9}\left(m/s\right)$ nên:

$v\left(0\right)=\frac{100}{9}\Rightarrow a.0+b=\frac{100}{9}\Rightarrow b=\frac{100}{9}$.

c) Sai

Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0\le t\le 20$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^t v(t)dt$.

d) Sai

Ta có: $v(t)=at+\frac{100}{9}(m/s)$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $\frac{2500}{9}(m)$ đi trong thời gian $15s$ nên ta có: $S(15)=\int_0^{15}v(t)dt=\frac{2500}{9}\Leftrightarrow\int_0^{15}\left(at+\frac{100}{9}\right)dt=\frac{2500}{9}$

$\Leftrightarrow a.\int_0^{15}tdt+\int_0^{15}\frac{100}{9}dt=\frac{2500}{9}\Rightarrow a=\frac{80}{81}$.

Suy ra $v(t)=\frac{80}{81}t+\frac{100}{9}(m/s)$, vậy sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô là:

$v(20)=\frac{2500}{81}(m/s)\approx 111km/h>100km/h$. Vận tốc của ô tô đã vượt quá tốc độ tối đa cho phép.

Câu 3. Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Lớp \ Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên của điểm trung bình học sinh lớp 11A là 5.

b) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

c) Xét mẫu số liệu của lớp 11A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{0,51}$.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là $10-5=5$.

b) Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11B là $10-6=4$.

Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.

c) Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện:

Giá trị đại diện / Lớp	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

Xét mẫu số liệu của lớp 11A:

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\overline{x}_1 = \frac{1 \cdot 5,5 + 11 \cdot 7,5 + 22 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{40}\left(1.5,5^2 + 11.7,5^2 + 22.8,5^2 + 6.9,5^2\right) - 8,3^2 = 0,61.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{0,61}$.

d) Xét mẫu số liệu của lớp 11B:

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\overline{x}_2 = \frac{6 \cdot 6,5 + 8 \cdot 7,5 + 14 \cdot 8,5 + 12 \cdot 9,5}{40} = 8,3.$$

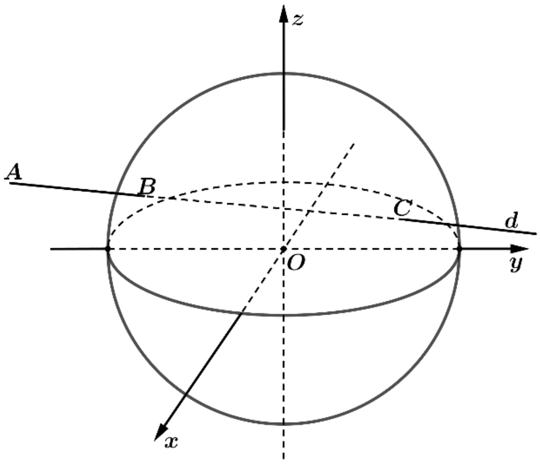
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{40}\left(6 \cdot 6,5^2 + 8 \cdot 7,5^2 + 14 \cdot 8,5^2 + 12 \cdot 9,5^2\right) - 8,3^2 = 1,06.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{1,06}$.

Do $S_1 < S_2$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo theo đường thẳng d có véctơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu.



a) Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t, t \in \mathbb{R} \\ z = 8 \end{cases}$.

b) Vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là điểm $B(-415;40;8)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 497,54 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).

d) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M(-500;100;100)$.Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Đúng**

a) Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(-688;-185;8)$ và nhận $\vec{u} = (91;75;0)$ làm véctơ chỉ phương là.

b) Gọi B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.

Vì $B \in d \Rightarrow B(-688+91t;-185+75t;8)$.

Vì B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa nên

$$OB = 417 \Leftrightarrow \sqrt{(-688+91t)^2 + (-185+75t)^2 + 8^2} = 417$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = 8 \end{array}\right.$$

Với $t = 3 \Rightarrow B(-415;40;8) \Rightarrow AB \approx 353,77$ km

Với $t = 8 \Rightarrow B(-88;415;8) \Rightarrow AB \approx 848,53$ km

Do $353,77 < 848,53$ vị trí máy bay xuất hiện sớm nhất là $B(-415;40;8)$.

c) Ta có $B(-415;40;8)$, $C(-88;415;8)$

Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng là BC:

$BC = \sqrt{(-88+415)^2 + (415-40)^2} \approx 497,55$

d) $OM = \sqrt{500^2 + 100^2 + 100^2} \approx 519 > R$

Vị trí M nằm ngoài vùng kiểm soát.

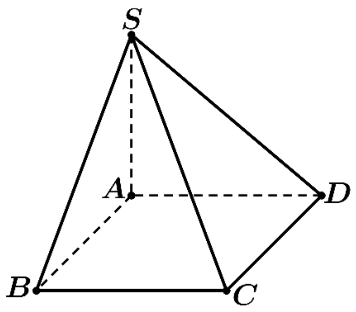
Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết tam giác SBD đều và có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng bao nhiêu độ?

Lời giải

Trả lời:

4	**5**		

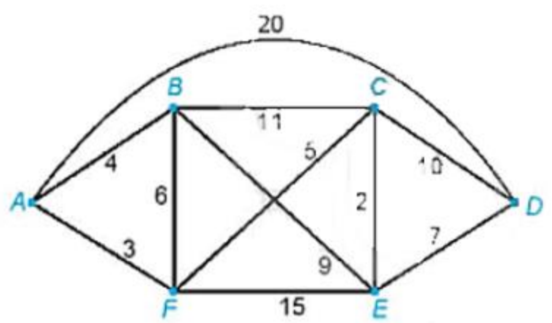


Ta có: $S_{ABD} = \dfrac{BD^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} \Rightarrow SB = BD = 2a \Rightarrow \begin{cases} AD = AB = a\sqrt{2} \\ SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2} \end{cases}$

Mặt khác $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ và $AD \perp CD$

Khi đó: $\left((SCD),(ABCD)\right) = \left(AD, SD\right) = SDA$ và $\tan SDA = \dfrac{SA}{AD} = 1 \Rightarrow SDA = 45°$.

Câu 2. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 6 trụ A, B, C, D, E, F với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ trụ A, đi qua các trụ đến D, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời:

1	**7**		

Áp dụng thuật toán Dijkstra, ta có:

+ Đầu tiên, ta gắn nhãn đỉnh A là $I(A)=0$ và gắn cho ba đỉnh kề với A là B,F và D các nhãn tạm thời $I(A)+4, I(A)+3$ và $I(A)+20$. Chọn số nhỏ nhất trong chúng và viết $I(F)=3$. Đỉnh F bây giờ được gắn nhãn vĩnh viễn là 3.

+ Tiếp theo, ta gắn cho các đinh kề với F là B,C và E các nhãn tạm thời $I(F)+6, I(F)+5$ và $I(F)$ +15 (B hiện có hai nhãn tạm thời là 4 và 9). Nhãn tạm thời nhỏ nhất trong các nhãn đã gán (ở B,C,E) hiện nay là 4(tại B), nên ta viết $I(B)=4$. Đỉnh B được gắn nhãn vĩnh viễn là 4.

Bây giờ ta xét các đỉnh kề với B (mà chưa được gắn nhãn vĩnh viễn) là C và E. Ta gắn cho đỉnh C nhãn tạm thời là $I(B)+11$ (hiện C có hai nhãn tạm thời là 8 và 15), gắn cho đỉnh E nhãn tạm thời là $I(B)+9(E$ hiện có hai nhãn tạm thời là 18 và 13. Nhãn tạm thời nhỏ nhất bây giờ là 8 (tại C), do đó ta viết $I(C)=8$.

Bây giờ ta xét các đỉnh kề với C (mà chưa được gắn nhãn vĩnh viễn) là E và D. Ta gắn nhãn cho đỉnh E tạm thời là $I(C)+2$ (hiện E có ba nhãn tạm thời là 18,13 và 10), gắn cho đỉnh D nhãn tạm thời là $I(C)+10$. Nhãn tạm thời nhỏ nhất bây giờ là 10 (tại E) , do đó ta viết $I(E)=10$. Xét đỉnh kề với E là D, ta gắn cho D nhãn tạm thời $I(E)+7$ (hiện D có hai nhãn tạm thời là 18 và 17). Vậy đỉnh D sẽ được gắn nhãn vĩnh viễn là 17 hay $I(D)=17$.

Vì $I(D)=17$ nên đường đi ngắn nhất từ A đến D có độ dài là 17. Đường đi đó là: $AFCED$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là xentimét), có một chú kiến vàng và một chú kiến đen bò trên hai sợi dây thẳng khác nhau. Giả sử tại thời điểm t (tính bằng phút), kiến vàng ở tại vị trí $(6+t;8t;3+t)$ trên đường thẳng d_1. Cùng thời điểm đó, kiến đen ở tại vị trí $(1+t;2+t;2t)$ trên đường thẳng d_2. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú kiến là bao nhiêu xentimét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời:

5	**,**	**7**	

Tại thời điểm t, vị trí của kiến vàng trên đường thẳng d_1 là $A(6+t;8t;3+t)$,

Vị trí của kiến đen trên đường thẳng d_2 là $B(1+t;2+t;2t)$.

Khoảng cách giữa hai chú kiến là

$$d=\sqrt{((6+t)-(1+t))^2+(8t-(2+t))^2+((3+t)-2t)^2}=\sqrt{50t^2-34t+38}.$$

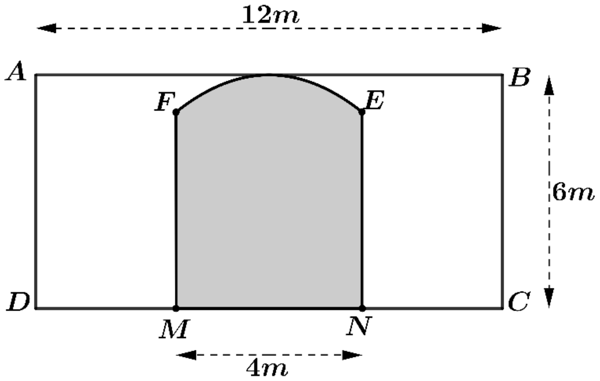
Tìm giá trị nhỏ nhất của d:

Hàm số $f(t)=50t^2-34t+38$ là hàm số bậc hai có $a>0$ nên đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

$$x=-\frac{b}{2a}=\frac{34}{100}=0,34.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của d là $d_{\min}=\sqrt{f(0,34)}=\sqrt{50(0,34)^2-34(0,34)+38}=\sqrt{32.22}\approx 5,7(\text{cm})$.

Câu 4. Một công ty quảng cáo muốn làm một bức tranh trang trí như phần $MNEIF$ được tô đậm trong hình vẽ bên dưới ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có $BC=6\text{m}, CD=12\text{m}$



Biết $MN = 4\text{m}$; cung EIF có hình parabol với đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D. Kinh phí làm bức tranh là $1\,200\,000$ đồng/ m^2. Hỏi công ty đó cần bao nhiêu tiền (đơn vị triệu đồng) để làm bức tranh? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời:

2	**7**	**,**	**7**

Gọi O là trung điểm cạnh MN và trùng với gốc toạ độ $\Rightarrow M(-2;0); N(2;0)$.

Phương trình parapol đỉnh $I(0;6)$ và đi qua hai điểm $D(-6;0); C(6;0)$ là $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 6$.

Diện tích giới hạn bởi $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 6$; $y = 0; x = -2; x = 2$.

Khi đó: $S = \int_{-2}^{2} \left| -\frac{1}{2}x^2 + 6 \right| \text{d}x = \frac{208}{9}\left(\text{m}^2\right)$.

Vậy công ty đó cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh $\frac{208}{9}.1200000 = 27733333$ đồng.

Câu 5. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 400)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời:

2	**5**	**3**	

Lợi nhuận $P(x)$ được tính bằng doanh thu trừ đi tổng chi phí: $P(x) = F(x) - xG(x) - H(x)$.

Khi $x \le 200$ thì chi phí mua nguyên liệu là: $H_1(x) = 0,99\left(2x^3 + 100000x - 50000\right)$ (đồng)

Khi $x > 200$ thì chi phí mua nguyên liệu là:

$H_2(x) = 0,99\left(2.\left(200^3\right) + 100000.200 - 50000\right) + 0,98\left(2(x-200)^3 + 100000.(x-200) - 50000\right)$ (đồng)

Xét đồng thời 2 trường hợp:

Trường hợp 1: Với $1 \le x \le 200$ thì ta có lợi nhuận thu được là: $P_1(x) = F(x) - xG(x) - H_1(x)$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x + 1} - 0,99\left(2x^3 + 100000x - 50000\right)$$

Ta có: $P_1'(x) = -\frac{147}{50}x^2 - 3998x - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x+2)^2} + 902000$

Phương trình $P_1'(x) = 0$ có nghiệm $x = 184,03 \in (1;200)$.

Ta thấy $\max\limits_{[1;200]} P_1(x) = 80037062,09$ tại $x = 184,03$.

Trường hợp 2: Với $201 \le x \le 400$ ta có lợi nhuận thu được là: $P_2(x) = F(x) - xG(x) - H_2(x)$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x + 1}$$

$$-0,99\left(2.(200)^3 + 100000.200 - 50000\right) - 0,98\left(2.(x-200)^3 + 100000.(x-200) - 50000\right)$$

$$= -\frac{24}{25}x^3 - 823x^2 + 667800x - 11500 - \frac{200000x^2}{3x+2}$$

Ta có: $P_2'(x) = -\frac{72}{25}x^2 - 1646x - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x+2)^2} + 667800$

Phương trình $P_2'(x) = 0$ có nghiệm $x = 253,1 \in (201;400)$.

Ta thấy $\max\limits_{[201;400]} P_2(x) = 83893667,52$ tại $x = 253,1$.

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 253 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 6. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất.Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8 nếu biết rằng ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời:

0	**,**	**1**	**8**

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8"

$A = \{(2;6),(6;2),(5;3),(3;5),(4;4)\} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{36}$

Gọi B là biến cố: "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm"

$$B=\{(1;5),(2;5),(3;5),(4;5),(5;5),(6;5),(5;1),(5;2),(5;3),(5;4),(5;6)\}\Rightarrow P(B)=\frac{11}{36}$$

Khi đó: Biến cố AB là: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8 và ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm" $\Rightarrow AB=\{(3;5),(5;3)\}\Rightarrow n(AB)=2$

$$\Rightarrow P(AB)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$$

Biến cố $A|B$ là: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 8 nếu biết rằng ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm".

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{1}{18}.\frac{36}{11}=\frac{2}{11}\approx 0,18 .$$

--------------HẾT-------