BÀI TẬP GIÁO KHOA

Thầy giáo : Nguyễn Quốc Tùng

Bài 1:

Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2x-5$.

Ta có: $f'(x)=(x^3)'-(3x^2)'+(2x)'-(5)'$

$=3x^2-6x+2$

Đạo hàm của hàm số tại điểm $x=1$ là:

$f'(1)=3(1)^2-6(1)+2=3-6+2=-1$

Vậy $f'(1)=-1$.

Bài 2:

Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+5x^2-1$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có hoành độ $x=0$.

Ta có đạo hàm: $y'=(\frac{1}{4}x^4)'-(\frac{2}{3}x^3)'+(5x^2)'-(1)'$

$=x^3-2x^2+10x$

Tại $x=0$, ta có: $y'(0)=0^3-2(0)^2+10(0)=0$.

Vậy đạo hàm tại điểm cắt trục tung là $y'(0)=0$.

Bài 3:

Hàm số $g(x)=(x^2-1)(x^2-4)=x^4-5x^2+4$.

Ta có: $g'(x)=4x^3-10x$

Để $g'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-10x=0 \Leftrightarrow 2x(2x^2-5)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2x^2=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2} \end{array}\right.$$

Vậy các giá trị x cần tìm là $x=0$ và $x=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Bài 4:

$h(x)=ax^2+bx+c \Rightarrow h'(x)=2ax+b$.

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} h'(0)=4 \\ h'(2)=8 \\ h(1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ 4a+b=8 \\ a+b+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ 4a=4 \\ a+4+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \\ c=-3 \end{cases}$$

Vậy $a=1, b=4, c=-3$.

Bài 5:

$f(x)=2x^3-3x^2-12x+1 \Rightarrow f'(x)=6x^2-6x-12$.

Giải bất phương trình $f'(x)>0$:

$6x^2-6x-12>0 \Leftrightarrow x^2-x-2>0$

Xét tam thức bậc hai x^2-x-2 có hai nghiệm $x=-1, x=2$ và hệ số $a=1>0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x \in (-\infty;-1) \cup (2;+\infty)$.

Bài 6:

Hàm số $y=x^3-3x+2$. Với $x_0=2 \Rightarrow y_0=2^3-3(2)+2=4$.

Ta có $y'=3x^2-3$. Hệ số góc của tiếp tuyến tại $x_0=2$ là:

$k=y'(2)=3(2)^2-3=9$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(2;4)$ là:

$y-4=9(x-2) \Leftrightarrow y=9x-18+4 \Leftrightarrow y=9x-14$.

Bài 7:

Hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2+3$.

Đạo hàm: $y'=f'(x)=4x^3-4x$.

Xét hàm số $g(x)=4x^3-4x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ (là tập đối xứng).

Với mọi $x \in D$, ta có $-x \in D$ và:

$g(-x)=4(-x)^3-4(-x)=-4x^3+4x=-(4x^3-4x)=-g(x)$.

Vậy y' là hàm số lẻ.

Bài 8:

Hàm số $f(x)=5x^4-2x^3+x^2-7$.

Đạo hàm (cấp 1):

$$f'(x)=(5x^4)'-(2x^3)'+(x^2)'-(7)'$$

$$f'(x)=20x^3-6x^2+2x.$$

Bài 9:

$$y=\frac{x^3}{3}-(m-1)x^2+(m-3)x+5\Rightarrow y'=x^2-2(m-1)x+(m-3).$$

Để $y'\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì $\Delta'\leq 0$ (vì hệ số $a=1>0$):

$$\Delta'=(m-1)^2-(m-3)=m^2-2m+1-m+3=m^2-3m+4.$$

Xét tam thức m^2-3m+4 có $\Delta_m=(-3)^2-4(4)=-7<0$ và hệ số $a=1>0$.

Do đó $m^2-3m+4>0$ với mọi m.

Vậy không có giá trị m nào để $\Delta'\leq 0$ (Yêu cầu bài toán không thỏa mãn với mọi m).

Lưu ý: Nếu đề bài gốc có ý tìm m để đạo hàm luôn dương hoặc bằng 0, với biểu thức này thì biểu thức y' luôn có thể âm ở một khoảng nào đó tùy thuộc vào m.

Bài 10:

$$P(x)=x^n+x^{n-1}+...+x+1$$

$$P'(x)=nx^{n-1}+(n-1)x^{n-2}+...+1$$

Tại $x=1$, ta có:

$$P'(1)=n(1)^{n-1}+(n-1)(1)^{n-2}+...+1$$

$$P'(1)=n+(n-1)+(n-2)+...+1$$

Đây là tổng của cấp số cộng từ 1 đến n:

$$P'(1)=\frac{n(n+1)}{2}.$$


See You Again !