

BÀI GIẢNG GIÁO KHOA

Thầy giáo : Nguyễn Quốc Tùng

Toán 11

Bài 32

CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

1. Đạo hàm của một số hàm số thường gặp

Hàm số lũy thừa: $(x^n)' = n.x^{n-1}$ (với $n \in \mathbb{Q}, n > 1$)

Đạo hàm của x : $(x)' = 1$

Đạo hàm của hằng số: $(c)' = 0$

Hàm số căn bậc hai: $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ (với $x > 0$)

2. Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương

Đạo hàm của tổng: $(u + v)' = u' + v'$

Đạo hàm của hiệu: $(u - v)' = u' - v'$

Đạo hàm của tích: $(uv)' = u'v + uv'$

Đạo hàm của thương: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ (với $v = v(x) \neq 0$)

Hệ quả 1: $(ku)' = k.u'$ (với k là hằng số)

Hệ quả 2: $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ (với $v = v(x) \neq 0$)

3. Đạo hàm của hàm số hợp

Nếu $y = f(u)$ và $u = g(x)$ thì đạo hàm theo biến x là:

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x$$

4. Đạo hàm của hàm số lượng giác

Đạo hàm hàm sin: $(\sin x)' = \cos x$; $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$

Đạo hàm hàm cos: $(\cos x)' = -\sin x$; $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$

Đạo hàm hàm tan: $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$; $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

Đạo hàm hàm cot: $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$; $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$

5. Đạo hàm của hàm số mũ và lôgarit

Hàm số mũ cơ số e: $(e^x)' = e^x$; $(e^u)' = u' \cdot e^u$

Hàm số mũ cơ số a: $(a^x)' = a^x \ln a$; $(a^u)' = u' \cdot a^u \ln a$

Hàm số lôgarit tự nhiên: $(\ln x)' = \frac{1}{x}$; $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

Hàm số lôgarit cơ số a: $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$; $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

Trường hợp đặc biệt: $(\ln |x|)' = \frac{1}{x}$ với mọi $x \neq 0$

Ví dụ 1: Đạo hàm của hàm đa thức và căn thức

Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2\sqrt{x} + 5$

Ta có $y' = (\frac{1}{3}x^3)' - (2\sqrt{x})' + (5)'$

$$y' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + 0$$

$$y' = x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Ví dụ 2: Đạo hàm của tích và thương

Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$

Ta có $y' = \frac{(2x-1)'(x+3) - (2x-1)(x+3)'}{(x+3)^2}$

$$y' = \frac{2(x+3) - (2x-1) \cdot 1}{(x+3)^2}$$

$$y' = \frac{2x+6-2x+1}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2}$$

Ví dụ 3: Đạo hàm của hàm hợp lượng giác

Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin(3x + \frac{\pi}{4})$

$$\text{Ta có } y' = \left(3x + \frac{\pi}{4}\right)' \cdot \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y' = 3 \cdot \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y' = 3 \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Ví dụ 4: Đạo hàm của hàm số mũ và lôgarit

Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2-x} + \ln(2x)$

$$\text{Ta có } y' = (x^2 - x)' \cdot e^{x^2-x} + \frac{(2x)'}{2x}$$

$$y' = (2x - 1)e^{x^2-x} + \frac{2}{2x}$$

$$y' = (2x - 1)e^{x^2-x} + \frac{1}{x}$$

