

BÀI GIẢNG GIÁO KHOA

Thầy giáo : Nguyễn Quốc Tùng

Toán 11

Bài 9

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG
ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

1. SỐ TRUNG BÌNH CỘNG ($\bar{x}$)

Số trung bình dùng để đại diện cho giá trị của toàn bộ mẫu số liệu.

Công thức:

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_kx_k}{n}$$

Trong đó:

$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ là tổng số quân thể (cỡ mẫu).

$x_1, x_2, \dots, x_k$ là **giá trị đại diện** của từng nhóm.

$n_1, n_2, \dots, n_k$ là tần số tương ứng.

Ý nghĩa: Phản ánh mức độ trung bình của dữ liệu.

2. TRUNG VỊ (M_e)

Trung vị là giá trị chia mẫu số liệu thành hai phần bằng nhau.

Các bước tìm Trung vị:

Lập bảng tần số tích lũy cf_i .

Tìm nhóm chứa trung vị: Là nhóm đầu tiên có $cf_i \geq \frac{n}{2}$. Giả sử đó là nhóm $[a_p; a_{p+1})$.

Công thức:

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - cf_{p-1}}{n_p} \cdot L$$

Trong đó:

a_p : Đầu mút trái của nhóm chứa trung vị.

L : Độ dài nhóm.

n_p : Tần số nhóm chứa trung vị.

cf_{p-1} : Tần số tích lũy của nhóm đứng trước nhóm chứa trung vị.

3. TỨ PHÂN VỊ (Q_1, Q_2, Q_3)

Dùng để chia mẫu số liệu thành 4 phần bằng nhau.

Q_2 : Chính là Trung vị (M_e).

Q_1 : Là trung vị của nửa bên trái. Nhóm chứa Q_1 là nhóm đầu tiên có $cf_i \geq \frac{n}{4}$.

Q_3 : Là trung vị của nửa bên phải. Nhóm chứa Q_3 là nhóm đầu tiên có $cf_i \geq \frac{3n}{4}$.

Công thức tương tự M_e : Thay $\frac{n}{2}$ bằng $\frac{n}{4}$ (với Q_1) hoặc $\frac{3n}{4}$ (với Q_3).

4. MỐT (M_o)

Mốt là giá trị có tần số xuất hiện lớn nhất (đại diện cho xu thế tập trung đông nhất).

Các bước tìm Mốt:

Tìm nhóm có tần số lớn nhất ($n_j \text{ max}$). Giả sử là nhóm $[a_j; a_{j+1})$.

Công thức:

$$M_o = a_j + \frac{n_j - n_{j-1}}{(n_j - n_{j-1}) + (n_j - n_{j+1})} \cdot L$$

Trong đó:

n_j : Tần số nhóm chứa mốt.

n_{j-1}, n_{j+1} : Tần số nhóm đứng trước và đứng sau nhóm chứa mốt.

Ví dụ minh họa tính Số Trung Bình

Cho bảng số liệu về thời gian tập thể dục của học sinh:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)
Tần số (n_i)	5	12	3
Giá trị đại diện (x_i)	10	30	50

Tính số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 10 + 12 \cdot 30 + 3 \cdot 50}{5 + 12 + 3} = \frac{50 + 360 + 150}{20} = \frac{560}{20} = 28 \text{ (phút)}$$

Ví dụ 1: Tìm Trung vị (M_e) cho dữ liệu về thời gian sử dụng Internet

Đề bài: Khảo sát thời gian sử dụng Internet trong một ngày của 40 học sinh:

Thời gian (phút)	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)
Tần số (n_i)	6	14	12	8

Giải:

Tính tần số tích lũy (cf_i):

Nhóm 1: 6

Nhóm 2: $6 + 14 = 20$

Nhóm 3: $20 + 12 = 32$

Nhóm 4: $32 + 8 = 40$

Xác định nhóm chứa trung vị:

Cỡ mẫu $n = 40$. Ta tìm vị trí $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$.

Giá trị tích lũy đầu tiên lớn hơn hoặc bằng 20 là nhóm [30;60) (tần số tích lũy là 20).

Vậy nhóm chứa trung vị là: [30;60).

Áp dụng công thức:

$a_p = 30$ (đầu mút trái)

$n_p = 14$ (tần số nhóm đó)

$cf_{p-1} = 6$ (tần số tích lũy nhóm trước)

$L = 60 - 30 = 30$ (độ dài nhóm)

$$M_e = 30 + \left(\frac{20 - 6}{14} \right) \cdot 30 = 30 + 1 \cdot 30 = 60 \text{ (phút)}$$

Ví dụ 2: Tìm Mốt (M_o) cho dữ liệu về cân nặng

Đề bài: Bảng thống kê cân nặng của một nhóm 50 người:

Cân nặng (kg)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số (n_i)	8	18	15	9

Giải:

Xác định nhóm chứa mốt:

Tần số lớn nhất là 18, thuộc về nhóm [50;60).

Vậy nhóm chứa mốt là: [50;60).

Áp dụng công thức:

$$a_j = 50 \text{ (đầu mút trái)}$$

$$n_j = 18 \text{ (tần số nhóm chứa mốt)}$$

$$n_{j-1} = 8 \text{ (tần số nhóm đứng trước)}$$

$$n_{j+1} = 15 \text{ (tần số nhóm đứng sau)}$$

$$L = 60 - 50 = 10$$

$$M_o = 50 + \frac{18 - 8}{(18 - 8) + (18 - 15)} \cdot 10$$

$$M_o = 50 + \frac{10}{10 + 3} \cdot 10 = 50 + \frac{100}{13} \approx 57.69 \text{ (kg)}$$

Ví dụ: Tính tứ phân vị cho dữ liệu về điểm số

Đề bài: Khảo sát điểm thi học kỳ của 40 học sinh, ta có bảng số liệu sau:

Nhóm điểm	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Tần số (n_i)	2	7	12	9	6	4

Giải:

Bước 1: Lập bảng tần số tích lũy (cf_i)

Nhóm điểm	Tần số	Tần số tích lũy (cf_i)
[4;5)	2	2

Nhóm điểm	Tần số	Tần số tích lũy (cf_i)
[5;6)	7	9
[6;7)	12	21 (Chứa Q_1 và Q_2)
[7;8)	9	30 (Chứa Q_3)
[8;9)	6	36
[9; 10]	4	40
(Tổng cỡ mẫu $n = 40$)		

Bước 2: Tìm Tứ phân vị thứ hai Q_2 (Trung vị M_e)

Vị trí: $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$.

Nhóm chứa Q_2 là nhóm đầu tiên có $cf_i \geq 20$, đó là nhóm [6;7).

Áp dụng công thức:

$$Q_2 = 6 + \frac{20-9}{12} \cdot 1 = 6 + \frac{11}{12} \approx \mathbf{6.92}$$

Bước 3: Tìm Tứ phân vị thứ nhất Q_1

Vị trí: $\frac{n}{4} = \frac{40}{4} = 10$.

Nhóm chứa Q_1 là nhóm đầu tiên có $cf_i \geq 10$, đó là nhóm [6;7).

Các thông số: $a_p = 6, n_p = 12, cf_{p-1} = 9, L = 1$.

Áp dụng công thức:

$$Q_1 = 6 + \frac{10-9}{12} \cdot 1 = 6 + \frac{1}{12} \approx \mathbf{6.08}$$

Bước 4: Tìm Tứ phân vị thứ ba Q_3

Vị trí: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 40}{4} = 30$.

Nhóm chứa Q_3 là nhóm đầu tiên có $cf_i \geq 30$, đó là nhóm $[7;8)$.

Các thông số: $a_p = 7, n_p = 9, cf_{p-1} = 21, L = 1$.

Áp dụng công thức:

$$Q_3 = 7 + \frac{30 - 21}{9} \cdot 1 = 7 + \frac{9}{9} = 8.0$$

Ý nghĩa của kết quả:

$Q_1 \approx 6.08$: Có khoảng 25% học sinh có điểm dưới 6.08.

$Q_2 \approx 6.92$: Có khoảng 50% học sinh có điểm dưới 6.92.

$Q_3 = 8.0$: Có khoảng 75% học sinh có điểm dưới 8.0 (hay 25% học sinh đạt điểm giỏi từ 8.0 trở lên).

Mẹo nhớ: Công thức tính Q_1, Q_2, Q_3 về bản chất là giống hệt công thức tính Trung vị, chỉ khác nhau ở giá trị vị trí là $\frac{n}{4}, \frac{2n}{4}$ hay $\frac{3n}{4}$.

5. Lưu ý

Mối liên hệ: Nhấn mạnh cho học sinh rằng để tính các số đặc trưng này, bước đầu tiên luôn là xác định **Giá trị đại diện** (cho số trung bình) và **Tần số tích lũy** (cho trung vị/tứ phân vị).

So sánh:

Dùng **Số trung bình** khi dữ liệu không có giá trị ngoại lai (quá lớn hoặc quá bé).

Dùng **Trung vị** khi dữ liệu có giá trị đột biến.

Dùng **Mốt** khi muốn biết xu hướng phổ biến nhất (ví dụ: cỡ giày bán chạy nhất).

