

ĐỀ THI HỌC KÌ I – TOÁN 11

ĐỀ 2 – Đáp án

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Điểm cuối của cung α trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ II. Chọn khẳng định đúng?

A. $\tan \alpha > 0$.

B. $\cot \alpha > 0$.

C. $\cos \alpha > 0$.

D. $\sin \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xác định dấu của các giá trị lượng giác ta có $\sin \alpha > 0$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $2\cos x + 1 = 0$ là

A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ \pm \frac{2}{3}\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \pm \frac{2}{3}\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn D

$$2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1-x}$ bằng

A. -1 .

B. $-\infty$.

C. 0 .

D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x}}{\frac{1}{x}-1} = 0.$$

Câu 4. Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát nào sau đây là một cấp số cộng?

A. $u_n = n^3 + 1$.

B. $u_n = (-3)^{n+1}$.

C. $u_n = 3n + 1$.

D. $u_n = 3^n$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_{n+1} = 3(n+1) + 1 = 3n + 4$$

$$\text{Khi đó: } u_{n+1} - u_n = 3n + 4 - (3n + 1) = 3$$

Vậy dãy số $u_n = 3n + 1$ là một cấp số cộng.

Câu 5. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n - 1}{4 + 5n + 2n^2}$.

A. $-\frac{1}{4}$.

B. 4.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n - 1}{4 + 5n + 2n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}{\frac{4}{n^2} + \frac{5}{n} + 2} = 4$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định khi $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}, n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $u_1 = \frac{1}{3}$.

B. $u_1 = \frac{1}{4}$.

C. $u_1 = -\frac{1}{3}$.

D. $u_1 = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_1 = \frac{2 \cdot 1^2 - 1}{1^2 + 3} = \frac{1}{4}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = a$ nếu

A. $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow a$.

B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$.

C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Lời giải

Chọn D

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = a$ nếu $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. SC .

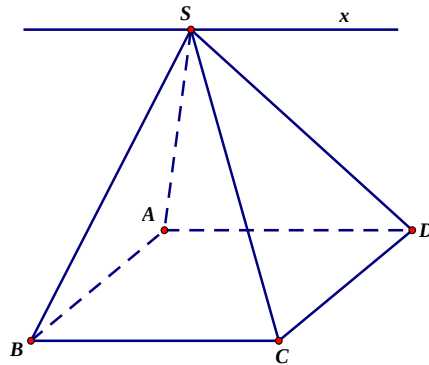
B. AC .

C. BD .

D. AD .

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \text{ với } Sx // AD // BC. \\ AD // BC \end{cases}$$

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AD, AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng.

A. qua I và song song với AB .

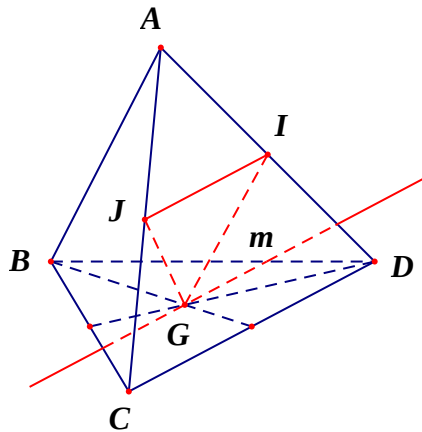
B. qua G và song song với BC .

C. qua G và song song với CD .

D. qua J và song song với BD .

Lời giải

Chọn B



Ta có G là một điểm chung của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) .

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} IJ \parallel CD \\ IJ \subset (IJG) \\ CD \subset (ACD) \end{cases}.$$

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng m qua G và song song với CD .

Câu 11. Phòng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (giờ)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)
Số lượng	6	12	13	10	3

Hãy cho biết 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất bao nhiêu giờ?

A. 6 giờ.

B. 6,5 giờ.

C. 7 giờ.

D. 7,2 giờ.

Lời giải

Chọn D

Cỡ mẫu là $n = 6 + 12 + 13 + 10 + 3 = 44$.

Tứ phân vị thứ hai Q_2 là giá trị của $\frac{x_{22} + x_{23}}{2}$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là giá trị của $\frac{x_{11} + x_{12}}{2}$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là giá trị của $\frac{x_{33} + x_{34}}{2}$

Do $x_{33}; x_{34}$ thuộc nhóm $[7;8)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

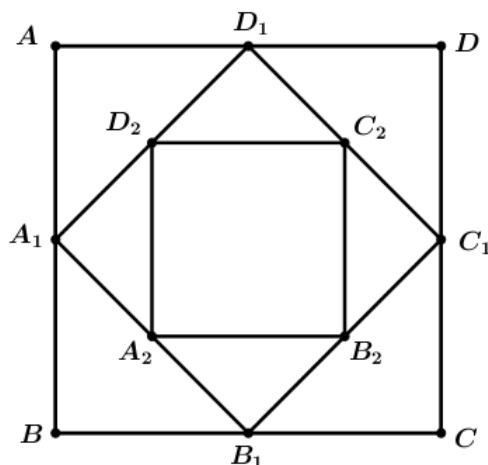
Do đó, $p = 4; a_4 = 7; m_4 = 10; m_1 + m_2 + m_3 = 6 + 12 + 13 = 31; a_5 - a_4 = 1$ và ta có:

$$Q_3 = a_p + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = a_4 + \frac{\frac{132}{4} - (m_1 + m_2 + m_3)}{m_4} \cdot (a_5 - a_4)$$

$$= 7 + \frac{33 - 31}{10} \cdot 1 = 7,2$$

Vậy tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 7,2$ nên 75% học sinh khối 11 ngủ nhiều nhất là 7,2 giờ.

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối bốn trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của bốn cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích là S_3 , ... và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ (hình vẽ)



Biết tổng $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = \frac{2^{100} - 1}{2^{93}}$. Tính a ?

A. $a = 2$

B. $a = 1$

C. $a = 4$

D. $a = 8$

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy $S_1 = a^2$; $S_2 = \frac{a^2}{2}$; $S_3 = \frac{a^2}{4}$; ...; $S_{100} = \frac{a^2}{2^{99}}$.

Như vậy $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100} = a^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right) = \frac{a^2 (2^{100} - 1)}{2^{99}}.$$

Theo giả thiết: $\frac{a^2 (2^{100} - 1)}{2^{99}} = \frac{2^{100} - 1}{2^{93}} \Leftrightarrow a^2 = 2^6 = 64 \Leftrightarrow a = 8$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M , N lần lượt là trung điểm các cạnh CD và SA .

a) Nếu NP là giao tuyến của (OMN) và (SAB) , $P \in AB$ thì NP cắt SB .

b) $(OMN) \parallel (SBC)$.

c) Mặt phẳng (OMN) cắt AB tại trung điểm của nó.

d) MN cắt mp (SAD) .

Lời giải

a) S b) Đ c) Đ d) S

(Đúng) $(OMN) \parallel (SBC)$

(Vì): Ta có

$$\begin{cases} OM \parallel BC \\ ON \parallel SC \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$$

(Sai) MN cắt mp (SAD)

(Vì): Ta có

$$\begin{cases} (OMN) \perp (SBC) \\ MN \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SBC).$$

(Sai) Nếu NP là giao tuyến của (OMN) và (SAB) , $P \in AB$ thì NP cắt SB

(Vi): Ta có

$$\begin{cases} SB \perp (OMN) \\ SB \subset (SAB) \\ G?i NP = (OMN) \cap (SAB), P \in AB \end{cases} \Rightarrow NP \perp SB.$$

(Đúng) Mặt phẳng (OMN) cắt AB tại trung điểm của nó

(Vi): Ta có

$$\begin{cases} N \text{ là trung điểm } SA \\ NP \perp SB \end{cases} \Rightarrow P \text{ là trung điểm } AB.$$

Câu 2. Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$.

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{\pi}{6}$.

c) Phương trình (*) có nghiệm $\begin{bmatrix} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{bmatrix}, k \in \mathbb{Z}$.

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm.

Lời giải

a)	S	b)	S	c)	Đ	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

Ta có:

$$\begin{aligned} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) &= \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - \left(x + \frac{3\pi}{4}\right) + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ 3x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{bmatrix}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Tìm nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$:

Đối với $x = \pi + k2\pi$:

Nếu $k = 0 \Rightarrow x = \pi$. Giá trị này không thuộc khoảng $(0; \pi)$.

Không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0; \pi)$ từ nhánh này.

Đối với $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$:

Ta có $0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < \pi$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{6} < k\frac{2\pi}{3} < \pi - \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{6} < k\frac{2\pi}{3} < \frac{5\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$, nên $k \in \{0; 1\}$.

Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$.

Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi + 4\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình có hai nghiệm là $x_1 = \frac{\pi}{6}$ và $x_2 = \frac{5\pi}{6}$.

Tổng các nghiệm là $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \frac{6\pi}{6} = \pi$.

Nghiệm lớn nhất trong khoảng $(0; \pi)$ là $\frac{5\pi}{6}$.

(Đúng) Phương trình (*) có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

(Vi): Phương trình (*) có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

(Đúng) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm

(Vi): Các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$, tức có 2 nghiệm.

(Sai) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

(Vi): Các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$. Tổng các nghiệm là

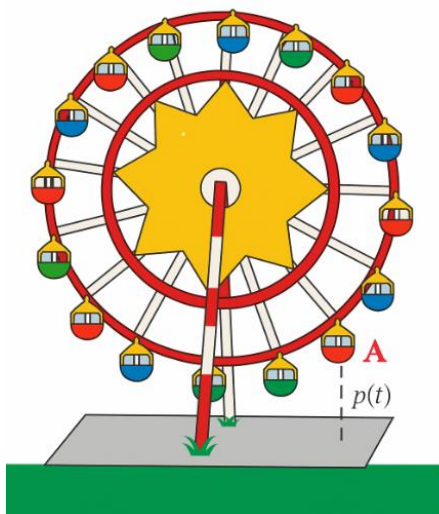
$$\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi .$$

(Sai) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{\pi}{6}$

(Vi): Các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$. Nghiệm lớn nhất là $\frac{5\pi}{6}$.

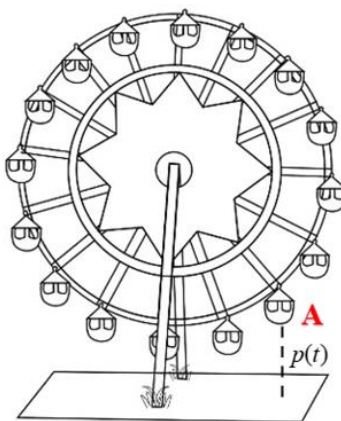
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một công viên giải trí vừa khánh thành trò chơi **Vòng quay tốc độ**. Giả sử tại thời điểm t , buồng **A** trên vòng quay cách mặt đất một độ cao được cho bởi công thức $p(t) = 20 + 10\sin\left(\frac{\pi(t-1)}{5}\right)$. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ thì vòng bắt đầu quay. Trong 10 giây đầu tiên, tại thời điểm giây bao nhiêu thì độ cao của buồng **A** đạt 30 mét?



Lời giải

Trả lời **3, 5**



$$\text{Ta có: } 20 + 10\sin\left(\frac{\pi(t-1)}{5}\right) = 30 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi(t-1)}{5}\right) = 1 \bullet$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi(t-1)}{5} = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t = 1 + \frac{5}{2} + 10k = \frac{7}{2} + 10k (k \in \mathbb{Z}) \bullet$$

$$\text{Vì } 0 \leq t \leq 10 \Rightarrow 0 \leq \frac{7}{2} + 10k \leq 10 \Leftrightarrow -0,35 \leq k \leq 0,65 \bullet$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$. Suy ra $t = 3,5$ (giây). •

Vậy trong 10 giây đầu tiên, tại thời điểm ra $t = 3,5$ (giây) thì độ cao của buồng **A** đạt 30 mét.

Câu 2. Một đội công nhân dùng gạch cỡ $100 \times 100 \text{ cm}$ để lát nền cho một toà tháp gồm 6 tầng theo cấu trúc diện tích mặt sàn của tầng trên bằng 80% diện tích mặt sàn của tầng dưới. Biết diện tích mặt đáy của tháp là 65 m^2 . Hỏi đội công nhân dự định dùng tối thiểu khoảng bao nhiêu viên gạch?

Lời giải

Trả lời 2 4 0

Giả sử diện tích mặt sàn tầng 1 là $S_1 (\text{m}^2)$.

Suy ra, diện tích mặt sàn tầng 2 là $S_2 = \frac{4}{5} S_1$.

Diện tích mặt sàn tầng 3 là $S_3 = \frac{4}{5} S_2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 S_1$.

...

Diện tích mặt sàn tầng 6 là $S_6 = \left(\frac{4}{5}\right)^5 S_1$.

Tổng diện tích mặt sàn của toà tháp là:

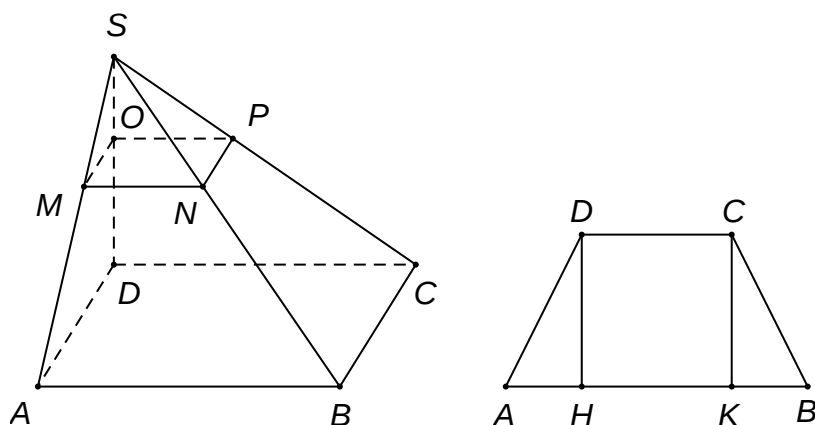
$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_6 = 65 \cdot \frac{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^6}{1 - \frac{4}{5}} = 239,803 (\text{m}^2).$$

Số viên gạch tối thiểu cần dùng là: $239,803 : (1,0,1,0) \approx 240$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6$, $CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Trả lời 0 , 9 6



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AB

$$ABCD \text{ là hình thang cân} \Rightarrow \begin{cases} AH = BK; CD = HK \\ AH + HK + BK = AB \end{cases} \Rightarrow BK = 1.$$

$$\text{Tam giác } BCK \text{ vuông tại } K, \text{ có } CK = \sqrt{BC^2 - BK^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$

Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD} = CK \cdot \frac{AB + CD}{2} = \sqrt{3} \cdot \frac{4 + 6}{2} = 5\sqrt{3}$.

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của (P) và các cạnh SB, SC, SD .

Vì $(P) \parallel (ABCD)$ nên theo định lí Talet, ta có $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{AD} = \frac{1}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp theo thiết diện $MNPQ$ có diện tích $S_{MNPQ} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \frac{5\sqrt{3}}{9} \approx 0,96$.

Câu 4. Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 2x + 55$. Gọi $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm. Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với số tiền nào dưới đây (đơn vị triệu đồng)?

Lời giải

Trả lời 2

Ta có $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{2x + 55}{x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 55}{x} = 2$.

Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm gần với số tiền 2 (đơn vị triệu đồng).

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Các điểm M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh $A'B', BC, DD'$. Số giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) với các mặt phẳng $(CB'D')$, $(A'BD)$, $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ là

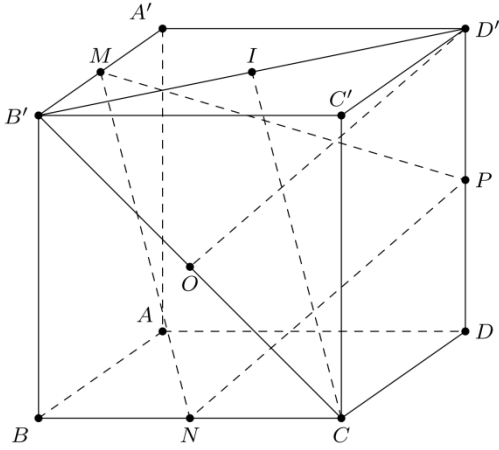
Lời giải

Gọi O, I theo thứ tự là trung điểm của $B'C$ và $B'D$.

Vì ON là đường trung bình của tam giác CB' nên $\begin{cases} ON \parallel BB' \\ ON = \frac{1}{2}BB' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ON \parallel PD' \\ ON = PD' \end{cases}$.

Suy ra $PNOD'$ là hình bình hành.

Vì vậy $PN \parallel OD'$ mà $OD' \subset (B'D'C)$ nên $PN \subset (B'D'C)$. (1)



Tương tự, IM là đường trung bình của tam giác $A'B'D'$ nên $\begin{cases} IM \parallel A'D' \\ IM = \frac{1}{2}A'D' \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} IM \parallel CN \\ IM = CN \end{cases}$. Do vậy $IMNC$ là hình bình hành.

Suy ra $\begin{cases} MN \parallel IC \\ IC \subset (B'D'C) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (B'D'C) \quad (2)$

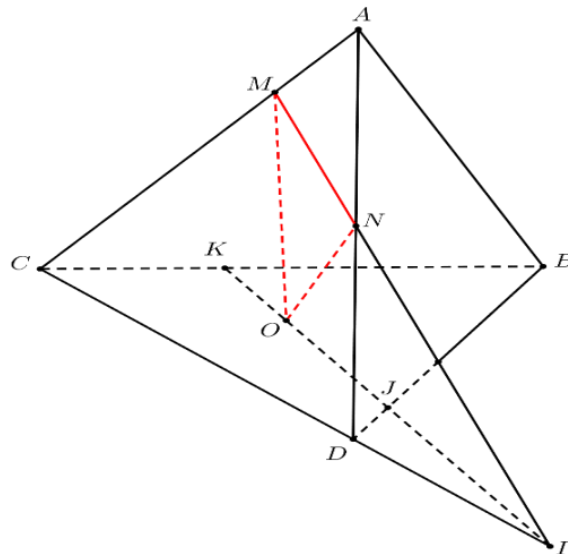
Từ (1) và (2) suy ra $(MNP) \parallel (B'D'C)$.

• Tương tự $(MNP) \parallel (A'BD)$.

• Vì $\begin{cases} M \in (MNP) \cap (A'B'C'D') \\ N \in (MNP) \cap (ABCD) \\ B \in (BMN) \cap (ABCD) \end{cases}$ nên mặt phẳng (MNP) có giao tuyến với các mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Trên AC, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho MN không song song với CD . Gọi O là điểm thuộc miền trong tam giác BCD . Tìm giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng (OMN) .

Lời giải



Chọn mặt phẳng (BCD) chứa BD . Trong mặt phẳng (ACD) gọi $I = MN \cap CD$.

$$\begin{cases} I \in MN \subset (OMN) \\ I \in CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (OMN) \cap (BCD) \Rightarrow OI = (BCD) \cap (OMN)$$

Gọi J là giao điểm của OI và BD trong mặt phẳng (BCD) .

$$\Rightarrow \begin{cases} J \in BD \\ J \in OI \subset (OMN) \end{cases} \Rightarrow J = BD \cap (OMN).$$

Câu 3. Chứng minh rằng phương trình $(1-m^2)x^5 - 3x - 1 = 0$ luôn có nghiệm.

Lời giải

Đặt $f(x) = (1-m^2)x^5 - 3x - 1$.

Hàm số $f(x) = (1-m^2)x^5 - 3x - 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục trên $[-1; 0]$.

Ta có: $f(0) = -1$

$f(-1) = m^2 + 1 > 0, \forall m$ nên $f(0) \cdot f(-1) < 0$

Vậy phương trình $(1-m^2)x^5 - 3x - 1 = 0$ có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(-1; 0)$ nên phương trình luôn có nghiệm.

Câu 4. Người ta trồng cây theo hình tam giác, với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây, ... ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

Lời giải

Cách trồng cây theo quy luật trên lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu là số cây ở hàng 1, $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Ta có

$$S_n = 4950 \Leftrightarrow 4950 = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d]$$

$$\Leftrightarrow 4950 = \frac{n}{2} [2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1]$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 9900 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 99 \\ n = -100 (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy để trồng hết 4950 cây thì cần 99 hàng cây.

[illegible]
