

**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I**  
**MÔN : TOÁN LỚP 9**  
**ĐỀ 3**

**PHẦN II: TỰ LUẬN ( 6,0 điểm )**

**Bài 1. ( 1,5 điểm )**

a) Giải phương trình:  $x(2x - 7) - 4x + 14 = 0$

**GIẢI**

Ta có:  $x(2x - 7) - 4x + 14 = 0$

$$x(2x - 7) - 2(2x - 7) = 0$$

$$(x - 2)(2x - 7) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ hoặc } 2x - 7 = 0$$

$$x = 2 \text{ hoặc } x = \frac{7}{2}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là  $x = 2$  và  $x = \frac{7}{2}$ .

b) Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 12 ngày sẽ xong. Nếu đội 1 làm một mình trong 5 ngày rồi nghỉ, đội 2 làm tiếp trong 15 ngày thì cả hai đội làm được 75% công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong công việc đó trong bao lâu?

**GIẢI**

Gọi thời gian đội 1 làm một mình xong toàn bộ công việc là  $x$  (ngày) ( $x > 0$ ).

Gọi thời gian đội 2 làm một mình xong toàn bộ công việc là  $y$  (ngày) ( $y > 0$ ).

Trong 1 ngày, đội thứ nhất làm được  $\frac{1}{x}$  (công việc).

Trong 1 ngày, đội thứ hai làm được  $\frac{1}{y}$  (công việc).

Trong 1 ngày, cả hai đội làm được  $\frac{1}{12}$  (công việc).

Theo đề bài, ta có phương trình:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$  (1).

Trong 5 ngày đội 1 làm được  $\frac{5}{x}$  (công việc).

Trong 15 ngày đội 2 làm được  $\frac{15}{y}$  (công việc).

Vì cả hai đội làm được  $75\% = \frac{3}{4}$  công việc nên ta có phương trình  $\frac{5}{x} + \frac{15}{y} = \frac{3}{4}$  (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} & (1) \\ \frac{5}{x} + \frac{15}{y} = \frac{3}{4} & (2) \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình (1) với 5 ta được:

$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{5}{12} \\ \frac{5}{x} + \frac{15}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ mới ta được:

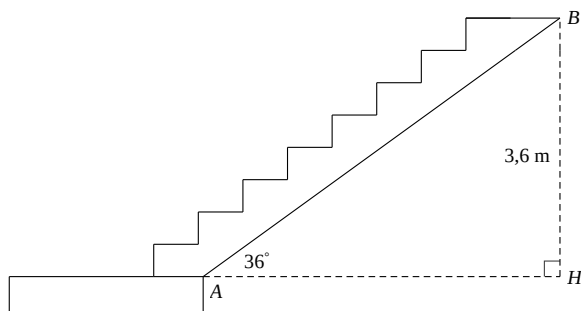
$$\frac{10}{y} = \frac{4}{12} \text{ hay } y = 30 \text{ (tm)}$$

Thay  $y = 30$  vào phương trình  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$  ta được

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{30} = \frac{1}{12} \text{ hay } \frac{1}{x} = \frac{3}{60} \text{ suy ra } x = 20 \text{ (tm)}$$

Vậy nếu làm một mình thì đội 1 hoàn thành công việc sau 20 ngày, đội 2 hoàn thành công việc sau 30 ngày.

**Bài 2. ( 0,5 điểm )** Một gia đình làm cầu thang có độ dốc là  $36^\circ$  so với phương ngang. Chiều cao từ sàn nhà tới trần nhà là 3,6m . Tính chiều dài  $AB$  của mặt cầu thang (làm tròn đến hàng đơn vị).



**GIẢI**

Xét  $\triangle ABH$  vuông tại  $H$  nên  $BH = AB \cdot \sin A$

$$\text{Suy ra } AB = \frac{BH}{\sin A} = \frac{3,6}{\sin 36^\circ} = 6,1(\text{m})$$

Vậy chiều dài  $AB$  của mặt cầu thang là 6,1m.

**Bài 3. ( 1,5 điểm ) Rút gọn các biểu thức sau.**

a)  $A = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$

b)  $B = (\sqrt{3} - 1)^2 + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$

c)  $C = \left( \frac{\sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} - \frac{x+9}{9-x} \right) : \frac{1}{3\sqrt{x} + x}$  (với  $x > 0$ ;  $x \neq 9$ )

**GIẢI**

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{3} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75} \\ &= \sqrt{3^2 \cdot 3} + 2\sqrt{4^2 \cdot 3} - \sqrt{5^2 \cdot 3} \\ &= 3\sqrt{3} + 2 \cdot 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (\sqrt{3} - 1)^2 + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}} \\ &= 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \left( \frac{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})}{9 - x} - \frac{x+9}{9-x} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})} \\ &= \frac{3\sqrt{x} + x - x - 9}{9 - x} \cdot \sqrt{x}(3 + \sqrt{x}) \\ &= \frac{3\sqrt{x} - 9}{9 - x} \cdot \sqrt{x}(3 + \sqrt{x}) \\ &= \frac{3(\sqrt{x} - 3)}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} \cdot \sqrt{x}(3 + \sqrt{x}) \\ &= -3\sqrt{x} \end{aligned}$$

**Bài 4. ( 1,5 điểm )** Cho đường tròn  $(O)$ . Qua  $A$  nằm ngoài đường tròn vẽ tiếp tuyến  $AB$ ;  $AC$  với đường tròn  $(O)$  ( $B$ ;  $C$  là các tiếp điểm);  $OA$  cắt  $BC$  tại  $M$ .

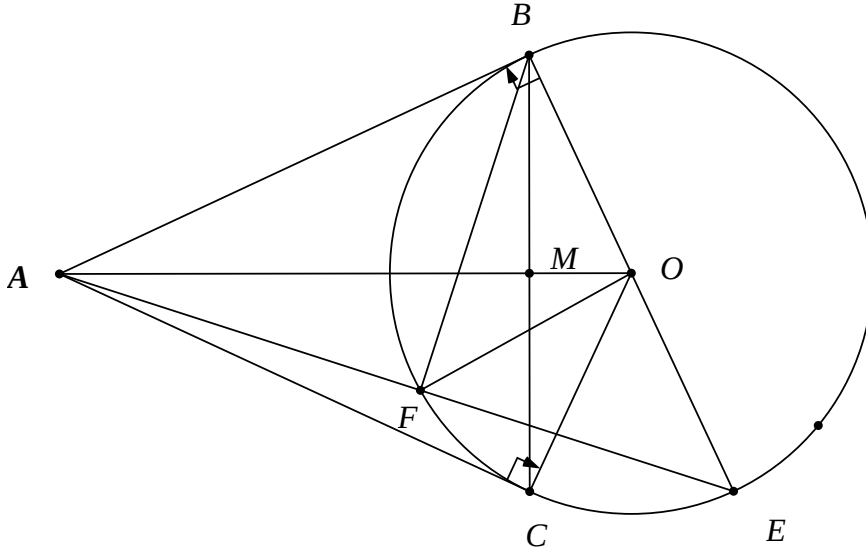
a) Chứng minh:  $OA$  vuông góc với  $BC$  tại  $M$ .

b) Giả sử  $OA = 2R$ . Tính số đo cung nhỏ  $BC$ .

c) Vẽ đường kính  $BE$ , gọi  $F$  là giao điểm của  $AE$  với đường tròn  $(O)$ .

Chứng minh:  $AM.AO = AE.AF$ .

**GIẢI**



Xét đường tròn  $(O)$  có hai tiếp tuyến  $AC$ ,  $AB$  cắt nhau tại  $A$ (gt)

Suy ra  $AB = AC$ . Mà  $OB = OC = R$

Suy ra  $AO$  là đường trung trực của  $BC$ . Vậy  $OA \perp BC$  tại  $M$

Xét tam giác  $AOB$  vuông tại  $B$ , theo định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn ta có

$$\cos AOB = \frac{OB}{OA} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

Suy ra  $AOB = 60^\circ$

Vì hai tiếp tuyến  $AC$ ,  $AB$  cắt nhau tại  $A$ (gt) nên  $OA$  là tia phân giác của góc  $COB$  nên

$$COB = 2.AOB = 2.60^\circ = 120^\circ$$

Suy ra số đo  $BC$  nhỏ =  $120^\circ$

Vì tam giác  $AOB$  vuông tại  $B$  có đường cao  $BM$  nên ta có

$$AB^2 = AM.AO$$

Xét tam giác  $BFE$  có  $FO$  là đường trung tuyến và  $FO = \frac{1}{2}BE$ . Suy ra tam giác  $BFE$  vuông tại  $F$ .

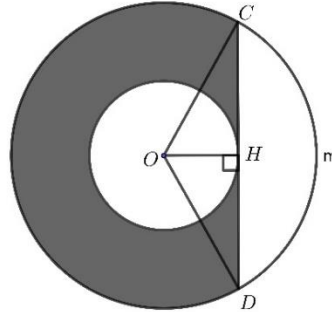
Vì tam giác  $ABE$  vuông tại  $B$  có đường cao  $BF$  nên ta có  $AB^2 = AF.AE$

$$\text{Vậy } AM.AO = AE.AF$$

**Bài 5. ( 1,0 điểm )**

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + 4x - y^2 = -4 \end{cases}$$

b) Cho hai đường tròn đồng tâm  $(O; 8\text{cm})$  và  $(O; 4\text{cm})$ . Gọi  $CD$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O; 4\text{cm})$  tại  $H$  như hình vẽ. Tính diện tích phần hình vành khăn giới hạn bởi tiếp tuyến  $CD$  và cung lớn  $CD$  (phần tô màu đậm) với  $\pi \approx 3,14$  và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.



### GIẢI

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + 4x - y^2 = -4 \end{cases}$$

### Lời giải

Từ phương trình:  $x^2 + 4x - y^2 = -4$

$$x^2 + 4x + 4 - y^2 = 0$$

$$(x + 2)^2 - y^2 = 0$$

$$(x + y + 2)(x - y + 2) = 0$$

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

\* Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -7 \end{cases}$$

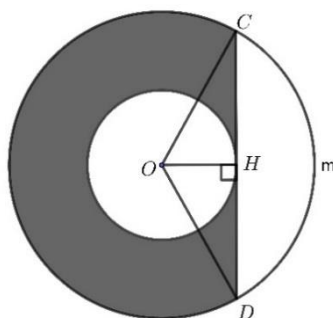
\* Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm là  $(5; -7)$  ;  $\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$

Cho hai đường tròn đồng tâm  $(O; 8\text{cm})$  và  $(O; 4\text{cm})$ . Gọi  $CD$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O; 4\text{cm})$  tại  $H$  như hình vẽ. Tính diện tích phần hình vành khăn giới hạn bởi tiếp tuyến  $CD$  và cung lớn  $CD$  (phần tô màu đậm) với  $\pi \approx 3,14$  và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.



### Lời giải

Diện tích hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm  $(O; 8\text{cm})$  và  $(O; 4\text{cm})$  là:

$$S_1 = \pi(R^2 - r^2) = 3,14 \cdot (8^2 - 4^2) = 150,72 (\text{cm}^2)$$

Xét tam giác vuông  $HCO$ , ta có:  $CH^2 = OC^2 - OH^2 = 8^2 - 4^2 = 48$

Suy ra  $CH = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ , tương tự:  $DH = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\text{Ta có: } \cos COH = \frac{OH}{OC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Suy ra  $COH = 60^\circ$

Tương tự  $DOH = 60^\circ$ , do đó  $COD = COH + DOH = 120^\circ$

Ta lại có:  $\widehat{CmD} = COD = 120^\circ$

$$\text{Diện tích tam giác } CDO \text{ là: } S_2 = \frac{1}{2} OH \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8\sqrt{3} \approx 27,71 (\text{cm}^2)$$

$$\text{Diện tích hình quạt } COD \text{ là: } S_3 = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{3,14 \cdot 8^2 \cdot 120}{360} \approx 66,99 (\text{cm}^2)$$

$$\text{Diện tích hình viên phân } CmD \text{ là: } S_4 = S_3 - S_2 = 66,99 - 27,71 = 39,28 (\text{cm}^2)$$

Diện tích phần hình vành khăn giới hạn bởi tiếp tuyến  $CD$  và cung lớn  $CD$  là:

$$S = S_1 - S_4 = 150,72 - 39,28 = 111,44 (\text{cm}^2)$$

## This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no text or other markings on the paper.

## This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is a solid vertical line on the left side, creating a margin. The paper appears to be from a notebook or a standard writing template.