

Bài 1. (1,0 điểm)

$$a) \sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

$$b) \text{ Với } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}), \text{ ta có}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} + 3 \cot^2 x = 5$$

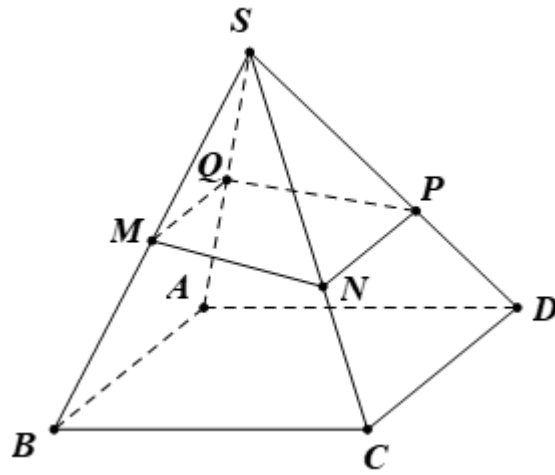
$$\Leftrightarrow 1 + \tan^2 x + \frac{3}{\tan^2 x} = 5$$

$$\Leftrightarrow \tan^4 x - 4 \tan^2 x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan^2 x = 1 \\ \tan^2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -1 \\ \tan x = \sqrt{3} \\ \tan x = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Bài 2. (1,0 điểm)



Ta có $AB \parallel (\alpha)$, $M \in (\alpha)$ và $AB \subset (SAB)$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (SAB) = MQ$, với $MQ \parallel AB$ và $Q \in SA$

Lại có $CD \parallel AB$ (do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành).

$\Rightarrow CD \parallel MQ$ (1)

Mà $MQ \subset (\alpha) \Rightarrow CD \parallel (\alpha)$.

Mặt khác $(\alpha) \cap (SCD) = NP \Rightarrow CD \parallel NP$ (2)

Từ (1), (2), suy ra $MQ \parallel NP$.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

Bài 3. (1,0 điểm)

Ta có $\sin \left[\frac{\pi}{178}(t - 60) \right] \leq 1$

$$\Leftrightarrow 4 \sin \left[\frac{\pi}{178}(t - 60) \right] + 10 \leq 14.$$

$$\Leftrightarrow y \leq 14 \quad (*)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Tìm t để $y = 14$, với $0 < t \leq 365$.

Ta có dấu "=" của (*) xảy ra khi và chỉ khi $\sin \left[\frac{\pi}{178}(t - 60) \right] = 1$ (**)

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow t-60 = 89 + 356k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow t = 149 + 356k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 < t \leq 365$ nên $0 < 149 + 356k \leq 365$

$$\Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \leq \frac{54}{89}.$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0 \Rightarrow t = 149$.

Vậy ngày 29 tháng 5 năm 2023 là ngày thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất.