BÀI GIẢNG GIÁO KHOA

Thầy giáo : Nguyễn Quốc Tùng

§4 PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phương trình sin$x$=m

Cách giải

+ Với $|m|>1$, phương trình $\sin x=m$ vô nghiệm.

+ Với $|m|\leq 1$, gọi α là số thực thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin\alpha=m$. Khi đó, ta có:

$$\sin x=m\Leftrightarrow \sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z}).$$

Chú ý

a) Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình $\sin x=m$:

⚡$\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z});$

⚡$\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z});$

⚡$\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi,(k\in\mathbb{Z}).$

b) Ta có $\sin f(x)=\sin g(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=g(x)+k2\pi\\f(x)=\pi-g(x)+k2\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z}).$

c) Nếu x là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\sin x=\sin a^\circ$ như sau:

$$\sin x=\sin a^\circ\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a^\circ+k360^\circ\\x=180^\circ-a^\circ+k360^\circ\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z}).$$

2. Phương trình $\cos x = m$

Cách giải

+ Với $|m| > 1$, phương trình $\cos x = m$ vô nghiệm.

+ Với $|m| \leq 1$, gọi α là số thực thuộc đoạn $[0;\ \pi\ ]$ sao cho $\cos\alpha = m$. Khi đó, ta có:

$$\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}).$$

Chú ý

a) Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình $\cos x = m$:

⚡$\cos\ x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$;

⚡$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$;

⚡$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

b) Ta có $\cos f(x) = \cos g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = -g(x) + k2\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z})$.

c) Nếu x là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\cos x = \cos\ a^\circ$ như sau:

$$\cos x = \cos a^\circ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a^\circ + k360^\circ \\ x = -a^\circ + k360^\circ \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}).$$

3. Phương trình $\tan\ x = m$

Cách giải

Gọi α là số thực thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan\alpha = m$. Khi đó với mọi $m \in \mathbb{R}$, ta có:

$$\tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Chú ý

Nếu x là góc lượng giác có đơn vị độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\tan x = \tan a^\circ$ như sau:

$$\tan x = \tan a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k180^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$$

4. Phương trình $\cot x = m$

Cách giải

Gọi α là số thực thuộc khoảng $(0; \pi)$ sao cho $\cot \alpha = m$. Khi đó với mọi $m \in \mathbb{R}$, ta có:

$$\cot x = m \Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

PHÂN DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Giải phương trình $\sin x = a; \cos x = b$

Phương pháp:

$$\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}).$$

Ví dụ 1. Giải phương trình $2\sin x = 1$.

Lời giải

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Ví dụ 2. Giải phương trình $2\cos x + \sqrt{2} = 0$.

Lời giải

$$2\cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right., \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Dạng 2. Giải phương trình $\tan x = c; \cot x = d$

Phương pháp:

⚡Bước 1. Tìm điều kiện xác định

$\tan u(x)$ xác định khi $u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi;$

$\cot v(x)$ xác định khi $v(x) \neq \; k\pi.$

⚡Bước 2. Sử dụng công thức nghiệm

$\tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z});$

$\cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

⚡Bước 3. Đối chiếu điều kiện và kết luận

Ví dụ 3. Giải phương trình $\sqrt{3} + 3\tan x = 0.$

Lời giải

Ta có $\sqrt{3} + 3\tan x = 0 \; \Leftrightarrow \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Ví dụ 4. Giải phương trình $2\cot x - \sqrt{3} = 0.$

Lời giải

$2\cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = arc\cot\frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Dạng 3. Tìm điều kiện để phương trình $\sin x = a$ và $\cos x = b$ có nghiệm

Phương pháp

Phương trình $\sin x = a$ hoặc $\cos x = a$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq a \leq 1.$

Ví dụ 5. Cho phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$. Tìm m để phương trình có nghiệm.

Lời giải

$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = m + 2$

Phương trình đã cho có nghiệm khi $-1 \leq m + 2 \leq 1$ hay $-3 \leq m \leq -1.$


See You Again !