

BÀI GIẢNG GIÁO KHOA

Thầy giáo : Nguyễn Quốc Tùng

Toán 10

TẬP MỘT

§2

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là một hệ gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y . Mỗi nghiệm chung của các bất phương trình trong hệ được gọi là một nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Ví dụ. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y \leq 10 \\ 2x - y > 3 \end{cases}$ là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x và y và

cặp số $(x; y) = (3; 1)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho.

II. BIỂU DIỄN MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

Để biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, ta làm như sau:

- Trong cùng mặt phẳng tọa độ, biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ bằng cách gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm của nó.
- Phần không bị gạch là miền nghiệm cần tìm.

Ví dụ. Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ trên mặt phẳng tọa độ.

Giải

Xác định miền nghiệm D_1 của bất phương trình $x - 2y < 0$ và gạch bỏ miền còn lại.

- Vẽ đường thẳng $d_1: x - 2y = 0$.

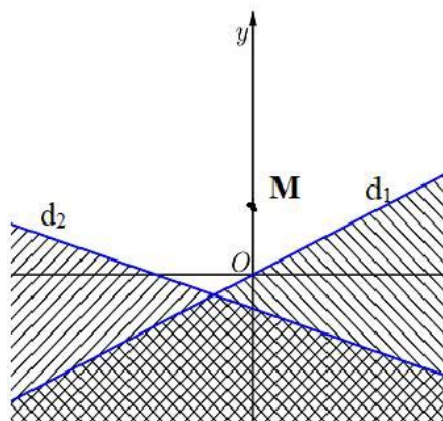
- Xét điểm $M(0; 1)$ có $1 \cdot 0 - 2 \cdot 1 = -2 < 0$ nên tọa độ điểm $M(0; 1)$ nằm trong miền nghiệm D_1 .

Do đó miền nghiệm D_1 của bất phương trình $x - 2y < 0$ là nửa mặt phẳng bờ d_1 chứa điểm $M(0; 1)$.

Tương tự miền nghiệm D_2 của bất phương trình $x + 3y > -2$ là nửa mặt phẳng bờ d_2 chứa điểm $M(0; 1)$.

Khi đó miền không bị gạch chính là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

Vậy miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền không bị gạch trong hình vẽ sau:



III. ỨNG DỤNG VÀO BÀI TOÁN THỰC TIỄN

Bài toán: Một nhà máy sản xuất sử dụng ba loại máy để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần được 3 triệu đồng, người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy II hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất?

Giải

Gọi x, y lần lượt là số tấn cần sản xuất của sản phẩm loại A và sản phẩm loại B ($x \geq 0; y \geq 0$).

Thời gian hoạt động của máy I: $x + 6y$;

Thời gian hoạt động của máy II: $2x + 3y$;

Thời gian hoạt động của máy III: $3x + 2y$.

Số tiền lãi thu được: $F = 4x + 3y$ (triệu đồng).

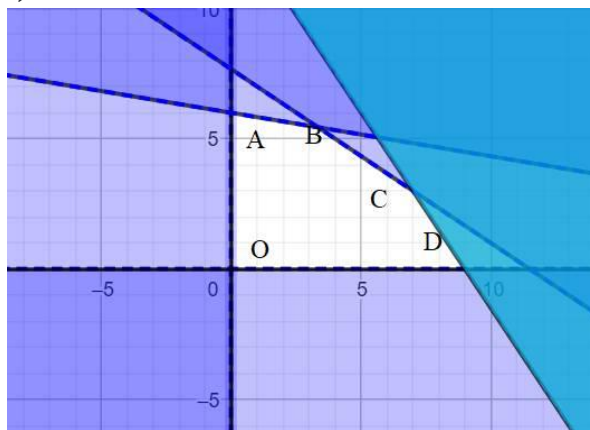
Bài toán trở thành tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases} (*)$$

để $F = 4x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là miền ngũ giác ABCDO (hình vẽ) có $A(0;6); B(10/3; 49/9); C(7;3); D(9;0); O(0;0)$.



Biểu thức $F = 4x + 3y$ đạt được giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của ngũ giác ABCDO.

Tính giá trị biểu thức $F = 4x + 3y$ tại cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh của ngũ giác ABCDO và so sánh các giá trị đó ta được F đạt giá trị lớn nhất bằng 37 khi $x = 7; y = 3$ ứng với tọa độ đỉnh C.

Vậy để tiền lãi được nhiều nhất, nhà máy nên sản xuất 7 tấn sản phẩm loại A và 3 tấn sản phẩm loại B.



