

BÀI GIẢNG GIÁO KHOA

Thầy giáo : Nguyễn Quốc Tùng

Toán 11

TẬP MỘT

§2

CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI LƯỢNG GIÁC



KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức lượng giác cơ bản

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1;$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

2. Công thức cộng

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

3a. Công thức nhân đôi

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

3b. Công thức hạ bậc

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

4a. Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$$

$$\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

4b. Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a + b}{2} \cos \frac{a - b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a + b}{2} \sin \frac{a - b}{2}$$

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a + b}{2} \cos \frac{a - b}{2}$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a + b}{2} \sin \frac{a - b}{2}$$

$$\tan a \pm \tan b = \frac{\sin(a \pm b)}{\cos a \cdot \cos b}.$$



PHÂN DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Áp dụng công thức

Ví dụ 1. Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x + y$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} = \frac{\frac{4}{3} + 7}{1 - \frac{4}{3} \cdot 7} = -1, \text{ suy ra } x + y = \frac{3\pi}{4}.$$

Dạng 2. Nhận diện tam giác

Ví dụ 2. Nếu hai góc B và C của tam giác ABC thoả mãn: $\tan B \sin^2 C = \tan C \sin^2 B$ thì tam giác này có đặc điểm gì?

Lời giải

$$\text{Giả thiết } \frac{\sin B}{\cos B} \cdot \sin^2 C = \frac{\sin C}{\cos C} \cdot \sin^2 B$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos B} \cdot \sin C = \frac{1}{\cos C} \cdot \sin B$$

$$\Leftrightarrow \sin C \cos C = \sin B \cos B \Leftrightarrow \sin B \cos B - \sin C \cos C = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(B - C) = 0 \Leftrightarrow B - C = 0$$

$$\Leftrightarrow B = C.$$

Vậy tam giác đã cho cân tại A .



