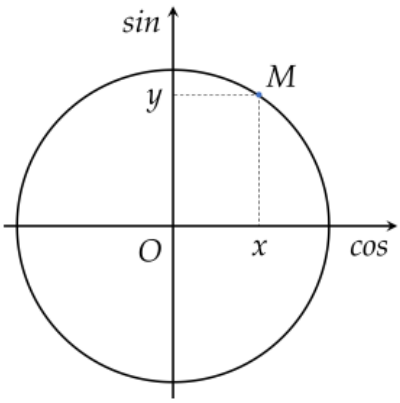
BÀI GIẢNG GIÁO KHOA

Thầy giáo : Nguyễn Quốc Tùng

§1 GÓC LƯỢNG GIÁC. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Gọi toạ độ của điểm M trong hệ tọa độ sau đây là $(x;y)$.



⚡Hoành độ x của điểm M gọi là côsin của góc lượng giác α và kí hiệu: $\cos\alpha$; $\cos\alpha = x$.

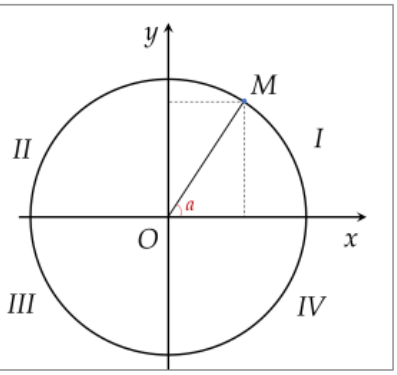
⚡Tung độ y của điểm M gọi là sin của góc lượng giác α và kí hiệu: $\sin\alpha$; $\sin\alpha = y$.

⚡Nếu $\cos\alpha \neq 0$ thì $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ gọi là tang của góc lượng giác α, kí hiệu: $\tan\alpha$; $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

⚡Nếu $\sin\alpha \neq 0$ thì $\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ gọi là côtang của góc lượng giác α, kí hiệu: $\cot\alpha$; $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

2. BẢNG XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Góc phần tư	I	II	III	IV
$\cos a$	+	−	−	+
$\sin a$	+	+	−	−
$\tan a$	+	−	+	−
$\cot a$	+	−	+	−



3. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

⚡$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ với mọi α;

⚡$\tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha}$ với $\cos\alpha \neq 0$,$\sin\alpha \neq 0$;

⚡$1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ với $\cos\alpha \neq 0$;

⚡$1 + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$ với $\sin\alpha \neq 0$.

4. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT SỐ GÓC ĐẶC BIỆT

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	||	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
cot	||	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	||

5. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC GÓC CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

⚡Hai góc đối nhau $-\alpha$ và α

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ (*cos đối*).

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$;

$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$;

$\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$.

⚡Hai góc bù nhau $\pi - \alpha$ và α

$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$ (*sin bù*).

$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$;

$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$;

$\cot(\pi - \alpha) = -\cot\alpha$.

⚡Hai góc phụ nhau $\frac{\pi}{2}-\alpha$ và α

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$ (*phụ chéo*);

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$;

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha$;

$\cot\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha$.

⚡Hai góc hơn kém nhau 180°: $\alpha+\pi$ và α

$\tan(\alpha+\pi)=\tan\alpha$ (*Hơn kém pi tan, cot*);

$\cot(\alpha+\pi)=\cot\alpha$.

$\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$;

$\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$.

PHÂN DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Xét dấu các giá trị lượng giác

Bước 1. Từ giả thiết, xác định góc lượng giác có điểm biểu diễn nằm ở góc phần tư nào.

Bước 2. Sử dụng bảng ở trên hoặc lấy một góc a bất kì trên góc phần tư đó, xét $\sin a$, $\cos a$ mang dấu $-$ hay $+$

Lưu ý: để xét dấu $\tan a, \cot a$, ta ghi nhớ công thức $\tan a=\frac{\sin a}{\cos a}$ và $\cot a$ cùng dấu với $\tan a$.

Ví dụ 1. Cho $2\pi<\alpha<\frac{5\pi}{2}$, xét dấu các giá trị lượng giác của α.

Lời giải

Vì $2\pi<\alpha<\frac{5\pi}{2}$ (Góc phần tư thứ I) nên $\sin\alpha>0$; $\cos\alpha>0$.

Suy ra $\tan\alpha>0$; $\cot\alpha>0$.

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức M liên quan đến các giá trị lượng giác

Bước 1. Từ giá trị lượng giác ở giả thiết, áp dụng một trong các công thức cơ bản sau để tìm $\sin\alpha$ hoặc $\cos\alpha$.

$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$;

$1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$;

$1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$.

Bước 2. Từ góc phần tư ở giả thiết, tìm dấu của $\sin\alpha,\cos\alpha$ (đã tìm ở bước 1).

Lưu ý: $\cos^2 a=x$ thì $\cos\ a=\pm\sqrt{x}$.

Ví dụ 2. Cho $\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$. Tính $\sin\alpha$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=\dfrac{3}{4}\Rightarrow\sin\alpha=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Mà $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ nên $\sin\alpha<0\Rightarrow\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Dạng 3. Rút gọn biểu thức lượng giác. Chứng minh đẳng thức lượng giác

$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ với mọi α;

$\tan\alpha=\dfrac{1}{\cot\alpha}$ với $\cos\alpha\neq 0$,$\sin\alpha\neq 0$;

$1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ với $\cos\alpha\neq 0$;

$1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$ với $\sin\alpha\neq 0$.

Lưu ý: với các câu trắc nghiệm, có thể sử dụng máy tính cầm tay với các tổ hợp phím:

- SIN, COS, TAN + *số đo góc*: để tính giá trị lượng giác một góc
- SHIFT SIN, SHIFT COS, SHIFT TAN + *giá trị lượng giác*: để tìm góc tương ứng.

Ví dụ 3. Biết $\tan x = 2$, giá trị của biểu thức $M = \dfrac{3\sin x - 2\cos x}{5\cos x + 7\sin x}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Cách 1: Chia cả tử và mẫu của M cho $\cos x$ ta có: $M = \dfrac{3\dfrac{\sin x}{\cos x} - 2}{5 + 7\dfrac{\sin x}{\cos x}} = \dfrac{3.2 - 2}{5 + 7.2} = \dfrac{4}{19}$.

Cách 2: sử dụng SHIFT TAN 2 để tìm x rồi thay x vừa tính vào M.