

ĐỀ 7

BẢN ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	A	C	B	C	A	B	C	C	B	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ☐ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ☐ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ☐ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ☐ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	45	53	42,5	18,7	70,7	0,5

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ PHẦN II VÀ PHẦN III:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*).

a) Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin(-\frac{\pi}{6})$.

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có 3 nghiệm.

c) Tổng các nghiệm của phương trình (*) trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$.

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình (*) có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{7\pi}{12}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) sai
---------	--------	---------	--------

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) \text{ . Đúng}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{12} \\ x = \frac{7\pi}{12} \end{cases} \text{ . Sai}$$

Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ là: $S = \frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{18\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$ Đúng

Do $\frac{11\pi}{12} > \frac{7\pi}{12}$ nên phương trình có nghiệm lớn nhất trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{12}$. Sai

Câu 2. Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi

$$\text{hàm số } y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}.$$

a) Vào thời điểm $t=1$ thì nồng độ oxygen trong nước là $3,5$ (mg/l).

b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l).

c) Vào thời điểm $t=0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất.

d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là $3,5$ (mg/l).

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

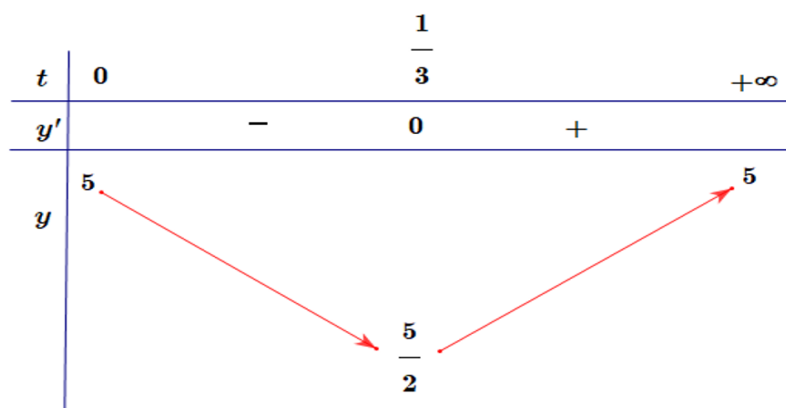
a) Tính: $y(1) = 3,5$ (mg/l)

b) Xét $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ trên nửa đoạn $[0; +\infty)$. Vì $\frac{15t}{9t^2 + 1} \geq 0$ nên $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \leq 5$ nên B Đúng

$$y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Hoặc:

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên, ta thấy $\min_{[0;+\infty)} y(t) = y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2}$ và $\max_{[0;+\infty)} y(t) = y(0) = 5$. Suy ra B Đúng

Vậy vào các thời điểm $t=0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất và $t=\frac{1}{3}$ giờ thì nồng độ oxygen trong nước thấp nhất là 2,5. Suy ra C Đúng, D Sai

Câu 3: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để bạn được gọi lên có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để bạn được gọi lên có tên Hiền, với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để bạn được gọi lên có tên Hiền, với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Lời giải

a) Đúng

b) sai

c) Đúng

d) Sai

a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền là

Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có: $P(B) = \frac{17}{30}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{30}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

Do đó:

c) Gọi C là biến cố “nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

Ta có:

$$P(C) = \frac{13}{30}$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{30}$$

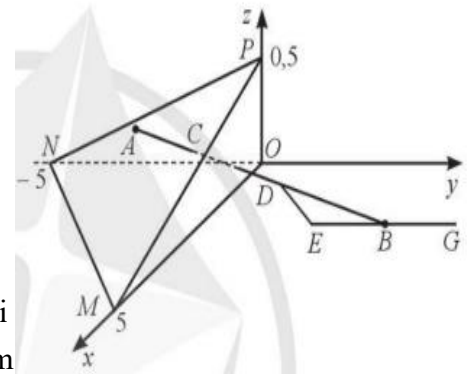
$$P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

Do đó:

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3,5; -2; 0,4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3,5; 5,5; 0)$ trên đường băng EG (Hình vẽ)



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \quad (t \in \mathbf{R}) \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases}$$

b) Khi máy bay ở vị trí $D(3,5; 3,25; 0,12)$ thì máy bay cách mặt đất 120 m.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5; 0; 0), N(0; -5; 0), P(0; 0; 0,5)$. Vị trí mà máy bay xuyên qua đám

$$C\left(\frac{7}{2}; \frac{47}{44}; \frac{13}{55}\right)$$

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(3,5; 4,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã không đạt được quy định an toàn bay.

Lời giải

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

a) Vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (0; 7,5; -0,4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng AB là:
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \quad (t \in \mathbf{R}) \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases}$$
 . Đúng.

b) Vì D thuộc đường thẳng AB nên $D(3,5; -2 + 7,5d; 0,4 - 0,4d)$ ($d \in \mathbf{R}$). Mà D có độ cao 0.12 nên $0,4 - 0,4d = 0,12 \Leftrightarrow d = 0,7$. Vậy $D(3,5; 3,25; 0,12)$ Đúng.

c) Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{5} + \frac{y}{-5} + \frac{z}{0,5} = 1 \Leftrightarrow x - y + 10z - 5 = 0$

Vì C thuộc đường thẳng AB nên $C(3,5; -2 + 7,5c; 0,4 - 0,4c)$ ($c \in \mathbf{R}$)

Mà C thuộc mặt phẳng (NMP) nên $3,5 - (-2 + 7,5c) + 10(0,4 - 0,4c) - 5 = 0 \Leftrightarrow c = \frac{9}{23}$

Suy ra $C(\frac{7}{2}; \frac{43}{46}; \frac{28}{115})$ Sai.

d) Ta có $DE = \sqrt{(3,5 - 3,5)^2 + (4,5 - 3,25)^2 + (0 - 0,12)^2} \approx 1,26 \text{ (km)}$

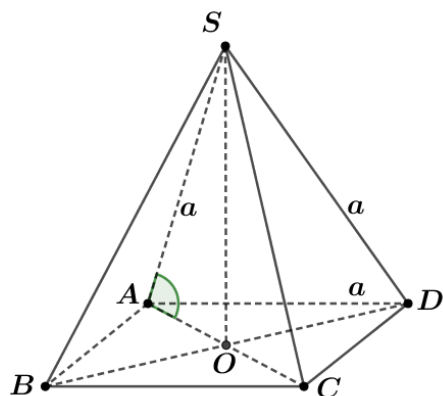
Vì $900 \text{ m} = 0,9 \text{ km} < 1,26 \text{ km}$ nên phi công không nhìn thấy điểm E và không đạt được quy định an toàn bay.

Đúng

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu độ.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$. Khi đó hình chiếu của SA lên mặt phẳng $(ABCD)$ là OA .

Do đó, góc giữa đường thẳng SA và $(ABCD)$ bằng góc giữa hai đường thẳng SA và OA .

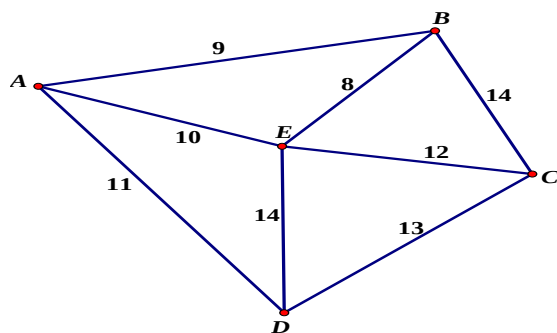
Xét tam giác SAO vuông tại O , ta có $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SA = a$.

$$\cos SAO = \frac{OA}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Do đó $SAO = 45^\circ$.

Vậy, $(SA, (ABCD)) = (SA, AO) = SAO = 45^\circ$.

Câu 2: Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



Lời giải

Đường đi	Tổng số chi phí
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow A$	$9+14+12+14+11=60$
$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$9+8+12+13+11=53$
$A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$10+8+14+13+11=56$
$A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$10+14+13+14+9=60$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$	$11+13+12+8+9=53$
$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$11+14+12+14+9=60$

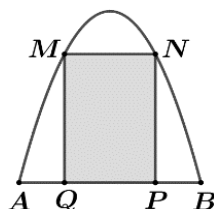
Do đó, tổng số thử thách của đường đi nhận giá trị nhỏ nhất là 53.

Câu 3: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5; 0; 5)$ đến vị trí $B(10; 10; 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a; b; 0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-5}{5} = \frac{y}{10} = \frac{z-5}{-2}$. Vì M thuộc AB nên tồn tại số thực t sao cho $M(5t+5; 10t; -2t+5)$. Ngoài ra, M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $-2t+5=0 \Leftrightarrow t=\frac{5}{2}$. Suy ra $M(17,5; 25; 0)$. Vậy $a+b=17,5+25=42,5$.

Câu 4. Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB=8$ m. Người ra treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết $MN=4$ m, $MQ=6$ m. Diện tích phần phía ngoài phong để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

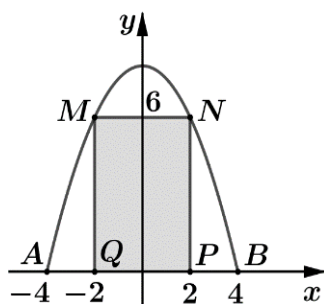


Lời giải:

Diện tích của phần phía ngoài phong (phần không tô đen) bằng diện tích hình giới hạn bởi parabol trừ đi diện tích phong hình chữ nhật MNPQ

Diện tích của hình chữ nhật là: $4 \cdot 6 = 24m^2$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Parabol đối xứng qua Oy nên có dạng $(P): y = ax^2 + c$. Vì (P) đi qua $B(4;0)$ và $N(2;6)$ nên $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục Ox là

$$S = 2 \int_0^4 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 8 \right) dx = \frac{128}{3} \text{ m}^2.$$

Diện tích phần phía ngoài bông để trang trí hoa là $S = S_1 - S_{MNPQ} = \frac{128}{3} - 24 = \frac{56}{3} \approx 18,7 \text{ m}^2$.

Câu 5. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Nhà máy A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải:

Lợi nhuận của nhà máy A khi sản xuất x tấn sản phẩm là:

$$H(x) = xP(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100, \quad 0 \leq x \leq 100$$

$$H'(x) = -0,003x^2 + 15$$

$$H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \text{ (chọn)}$$

Ta có: $H(0) = -100, H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100, H(100) = 400$

Do đó: $\max_{[0;100]} H(x) = H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$

Vậy nhà máy A nên sản xuất $70,7$ tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 6. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính $P(A|B)$

Với

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra:

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,01 \cdot 0,99}{0,01 \cdot 0,99 + 0,99 \cdot 0,01} = 0,5$$

Xác suất để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là $0,5$

----- Hết. -----

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is a solid vertical line on the left side, creating a margin. The paper appears to be from a notebook or a standard ruled document.

