

CHUYÊN ĐỀ: CHIA HẾT CỦA ĐA THỨC

Phần 2: tìm phần dư của phép chia

Bài 8: Tìm hế số a để: $8x^2 - 26x + a : 2x - 3$

HD:

Thực hiện phép chia ta có: $8x^2 - 26x + a = (2x - 3)(4x - 7) + a - 21$

Để $8x^2 - 26x + a : 2x - 3 \Rightarrow a - 21 = 0 \Rightarrow a = 21$

Bài 9: Tìm hế số a để: $x^4 - x^3 + 6x^2 - x + a : x^2 - x + 5$

HD:

Thực hiện phép chia hoặc đồng nhất, ta có:

$$x^4 - x^3 + 6x^2 - x + a = (x^2 - x + 5)(x^2 + 1) + a - 5$$

Để phép chia là phép chia hết thì $a - 5 = 0$ hay $a = 5$

Bài 10: Tìm hế số a, b để: $x^3 + ax + b : x^2 + x - 2$

HD:

Thực hiện phép chia ta có:

$$x^3 + ax + b = (x^2 + x - 2)(x - 1) + (a + 3)x + b - 2$$

Để là phép chia hết thì $a + 3 = 0$ và $b - 2 = 0$ hay $a = -3$ và $b = 2$

Bài 11: Tìm hế số a để: $x^3 + ax^2 - 4 : x^2 + 4x + 4$

HD:

Thực hiện phép chia ta có :

$$x^3 + ax^2 - 4 = (x^2 + 4x + 4)(x + a - 4) + (12 - 4a)x + 12 - 4a$$

Để được phép chia hết thì $12 - 4a = 0$ hay $a = 3$

Bài 12: Tìm hế số a để: $x^4 + ax + b : x^2 - 4$

HD:

$$\text{Để } x^4 + ax + b : x^2 - 4 \text{ thì } \begin{cases} x^4 + ax + b : x - 2 \\ x^4 + ax + b : x + 2 \end{cases}$$

Áp dụng định Bozu ta có:

$$f(x) = x^4 + ax + b \Rightarrow f(2) = 16 + 2a + b = 0$$

$$\text{Và: } f(-2) = 16 - 2a + b = 0$$

Giải hệ ta được $a=0$ và $b=-16$

Bài 13: Tìm hệ số a để: $x^4 + ax^3 + bx - 1 : x^2 - 1$

HD:

$$\text{Để } x^4 + ax^3 + bx - 1 : x^2 - 1 \text{ thì } \begin{cases} x^4 + ax^3 + bx - 1 : x - 1 \\ x^4 + ax^3 + bx - 1 : x + 1 \end{cases}$$

Áp dụng định Bozu ta có: $f(x) = x^4 + ax^3 + bx - 1 \Rightarrow f(1) = 1 + a + b - 1 = 0$

Và: $f(-1) = 1 - a + b - 1 = 0$, Giải hệ ta được a tùy ý và $b = -a$

Bài 14: Tìm hệ số a để: $x^3 + ax + b : x^2 + 2x - 2$

HD:

Thực hiện phép chia ta có: $x^3 + ax + b = (x^2 + 2x - 2)(x - 2) + (a + b)x + b - 4$

Để phép chia là phép chia hết thì: $a + b = 0$ và $b - 4 = 0 \Rightarrow b = 4$ và $a = -4$

Bài 15: Tìm hệ số a để: $x^4 + ax^2 + b : x^2 - x + 1$

HD:

Thực hiện phép chia ta có: $x^4 + ax^2 + b = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + a) + (a - 1)x + a - b$

Để là phép chia hết thì $a - 1 = 0$ và $a - b = 0 \Rightarrow a = b = 1$

Bài 16: Tìm hệ số a để: $ax^3 + bx^2 + 5x + 50 : x^2 + 3x - 10$

HD:

Thực hiện phép chia ta có:

$$ax^3 + bx^2 + 5x + 50 = (x^2 + 3x - 10)(ax + 3a - b) + (a + 3b + 5)x + (30a - 10b + 50)$$

Để là phép chia hết thì $a + 3b + 5 = 0$ và $30a - 10b + 50 = 0$

Bài 17: Tìm hệ số a để: $ax^4 + bx^3 + 1 : (x - 1)^2$

HD:

Thực hiện phép chia ta có:

$$ax^4 + bx^3 + 1 = (x^2 - 2x + 1)[a.x^2 + (2a + b)x + (3a + 2b)] + (8a + 5b)x - (3a + 2b - 1)$$

Để là phép chia hết thì : $8a + 5b = 0$ và $3a + 2b - 1 = 0$

Bài 18: Tìm hế số a để: $x^4 + 4 : (x^2 + ax + b)$

HD:

$$\text{Tách: } x^4 + 4 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$$

Vậy $b = 2$ và $a = 2$ hoặc $a = -2$

Bài 19: Tìm hế số m để: $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 7x + m : x^2 - 2x + 1$

HD:

$$\text{Ta có: } x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 7x + m = (x^2 - 2x + 1)(x^2 - x + 3) + m - 3$$

Để là phép chia hết thì $m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3$

Bài 20: Tìm hế số a để: $10x^2 - 7x + a : 2x - 3$

HD:

$$\text{Thực hiện phép chia ta có: } 10x^2 - 7x + a = (2x - 3)(5x + 4) + a + 12$$

Để là phép chia hết thì $a + 12 = 0$ hay $a = -12$

Bài 21: Tìm hế số a để: $2x^2 + ax - 4 : x + 4$

HD:

Theo định lý Bơ- Zu ta có, Dư của $f(x) = 2x^2 + ax - 4$ khi chia cho $x + 4$ là:

$$f(-4) = 2.16 - 4a - 4 = 28 - 4a$$

Để là phép chia hết thì $28 - 4a = 0 \Rightarrow a = 7$

Bài 22: Tìm hế số a để: $x^3 - ax^2 + 5x + 3 : x^2 + 2x + 3$

HD:

Thực hiện phép chia ta có:

$$x^3 - ax^2 + 5x + 3 = (x^2 + 2x + 3)[x - (a + 2)] + (2a + 6)x - 3a - 3$$

Để là phép chia hết thì $-3a - 3 = 0 \Rightarrow a = -1$

Bài 23: Tìm hế số a để: $x^2 - ax - 5a^2 - \frac{1}{4} : x + 2a$

HD:

Theo định lý Bơ- Zu ta có, Dư của $f(x) = x^2 - a.x - 5a^2 - \frac{1}{4}$ khi chia cho $x+2a$

là:

$$f(-2a) = 4a^2 + 2a^2 - 5a^2 - \frac{1}{4} = a^2 - \frac{1}{4}, \text{ Để là phép chia hết thì}$$

$$a^2 - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2}$$

Bài 24: Tìm số dư của $x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81}$ khi chia cho $x-1$

HD:

$$\text{Ta có : } P(x) = (x-1) + (x^3-1) + (x^9-1) + (x^{27}-1) + (x^{81}-1) + 5 \text{ nên số dư là } 5$$

Bài 25: Tìm số dư của : $x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81}$ khi chia cho $x^2 - 1$

HD:

$$\text{Ta có : } P(x) = (x^3 - x) + (x^9 - x) + (x^{27} - x) + (x^{81} - 1) + 5x \Rightarrow \text{Dư } 5x$$

Bài 26: Xác định dư của: $P(x) = 1 + x + x^9 + x^{25} + x^{49} + x^{81}$ khi chia cho $x^3 - x$

HD:

$$\begin{aligned} P(x) &= (x^9 - x) + (x^{25} - x) + (x^{49} - x) + (x^{81} - x) + 5x + 1 \\ &= x(x^8 - 1) + x(x^{24} - 1) + x(x^{48} - 1) + x(x^{80} - 1) + 5x - 1, \text{ Vậy số dư là : } 5x - 1 \end{aligned}$$

Bài 27: Tìm n nguyên để: $3n^3 + 10n^2 - 5 : 3n + 1$

HD:

$$\text{Thực hiện phép chia ta có : } 3n^3 + 10n^2 - 5 = (3n + 1)(n^2 + 3n - 1) - 4$$

$$\text{Để } 3n^3 + 10n^2 - 5 : 3n + 1 \Rightarrow 4 : 3n - 1 \Rightarrow 3n - 1 \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$$

Bài 28: Tìm n nguyên để $2n^2 - n + 2 : 2n + 1$

HD:

$$\text{Thực hiện phép chia ta có : } 2n^2 - n + 2 = (2n + 1)(n - 1) + 3$$

$$\text{Để : } 2n^2 - n + 2 : 2n + 1 \Rightarrow 3 : 2n + 1 \Rightarrow 2n + 1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$$

Bài 29: Tìm các số x nguyên để $4x^3 - 6x^2 + 8x : 2x - 1$

HD:

Thực hiện phép chia ta có : $4x^3 - 6x^2 + 8x = (2x - 1)(2x^2 - 2x + 3) + 3$

Đề $4x^3 - 6x^2 + 8x : 2x - 1 \Rightarrow 3 : 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$

Bài 30: Tìm các số x nguyên để: $4x^3 - 3x^2 + 2x - 83 : x - 3$

HD:

Theo định Bơ zụ thì dư của $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 83$, khi chia cho $x - 3$ là :

$f(3) = 4.27 - 3.9 + 2.3 - 83 = 4$. Đề

$4x^3 - 3x^2 + 2x - 83 : x - 3 \Rightarrow x - 3 \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

Bài 31: Tìm các số x nguyên để: $4n^3 - 4n^2 - n + 4 : 2n + 1$

HD:

Thực hiện phép chia ta có : $4n^3 - 4n^2 - n + 4 = (2n + 1)(2n^2 - 3n + 1) + 3$

Đề $4n^3 - 4n^2 - n + 4 : 2n + 1 \Rightarrow 3 : 2n + 1 \Rightarrow 2n + 1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$

Bài 32: Tìm các số x nguyên để: $8n^2 - 4n + 1 : 2n + 1$

HD:

Thực hiện phép chia ta có : $8n^2 - 4n + 1 = (2n + 1)(4n - 4) + 5$

Đề $8n^2 - 4n + 1 : 2n + 1 \Rightarrow 5 : 2n + 1 \Rightarrow 2n + 1 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$

Bài 33: Tìm các số x nguyên để: $3n^3 + 8n^2 - 15n + 6 : 3n - 1$

HD:

Thực hiện phép chia ta có : $3n^3 + 8n^2 - 15n + 6 = (3n - 1)(n^2 + 3n - 4) + 2$

Đề $3n^3 + 8n^2 - 15n + 6 : 3n - 1 \Rightarrow 2 : 3n - 1 \Rightarrow 3n - 1 \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

Bài 34: Tìm các số x nguyên để: $4n^3 - 2n^2 - 6n + 5 : 2n - 1$

HD:

Thực hiện phép chia ta có : $4n^3 - 2n^2 - 6n + 5 = (2n - 1)(2n^2 - 3) + 2$

Đề $4n^3 - 2n^2 - 6n + 5 : 2n - 1 \Rightarrow 2 : 2n - 1 \Rightarrow 2n - 1 \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

Bài 35: Tìm giá trị của a để $(21x^2 - 9x^3 + x + x^4 + a) : (x^2 - x - 2)$

HD:

Thực hiện phép chia tìm đúng thương: $x^2 - 8x + 15$ và dư: $a + 30$

Phép chia hết nên $a + 30 = 0$ suy ra $a = -30$

Bài 36: Với giá trị nào của a thì $x^3 - 5x^2 + 7x + a$ chia hết cho $(x-1)^2$

HD:

Chia ra kết quả dư $a + 3$

Kết quả $a = -3$

Bài 37: Tìm số nguyên n để giá trị của biểu thức A chia hết cho giá trị của biểu thức B .

Với $A = n^3 + 2n^2 - 3n + 2$; $B = n^2 - n$

HD:

$$\text{Ta có: } n^3 + 2n^2 - 3n + 2 = (n^2 - n)(n + 3) + \frac{2}{n^2 - n}$$

Do đó Giá trị của A chia hết cho giá trị của $B \Leftrightarrow n^2 - n \in U(2)$

$$\Leftrightarrow 2 \text{ chia hết cho } n(n - 1)$$

$$\Leftrightarrow 2 \text{ chia hết cho } n$$

Ta có bảng:

n	1	-1	2	-2
$n - 1$	0	-2	1	-3
$n(n - 1)$	0	2	2	6
	Loại	T/m	T/m	Loại

Vậy với $n = -1$, $n = 2$ thì giá trị của biểu thức A chia hết cho giá trị của biểu thức B

Bài 38: Tìm số nguyên n để $n^5 + 1$ chia hết cho $n^3 + 1$

HD:

$$n^5 + 1 : n^3 + 1 \Leftrightarrow n^5 + n^2 - n^2 + 1 : n^3 + 1$$

$$\Leftrightarrow n^2(n^3 + 1) - (n^2 - 1) \Leftrightarrow : n^3 + 1$$

$$\Leftrightarrow (n - 1)(n + 1) : (n + 1)(n^2 - n + 1)$$

$$\Leftrightarrow n-1 : n^2 - n + 1$$

$$\Rightarrow n(n-1) : n^2 - n + 1$$

$$\text{Hay } n^2 - n : n^2 - n + 1$$

$$\Rightarrow (n^2 - n + 1) - 1 : n^2 - n + 1$$

$$\Rightarrow 1 : n^2 - n + 1$$

Xét hai trường hợp:

TH1: $n^2 - n + 1 = 1 \Rightarrow n^2 - n = 0 \Leftrightarrow n(n-1) = 0 \Leftrightarrow n = 0, n = 1$ thử lại thấy t/m đề bài

TH2: $n^2 - n + 1 = -1 \Leftrightarrow n^2 - n + 2 = 0$, không có giá trị của n thỏa mãn

Bài 39: Chứng minh $F = (x^2 + x - 1)^{2018} + (x^2 - x + 1)^{2018} - 2$ chia hết cho $(x-1)$.

HD:

$$F = (x^2 + x - 1)^{2018} + (x^2 - x + 1)^{2018} - 2 \text{ chia hết cho } (x-1).$$

$$\text{Ta có : } F = (x^2 + x - 1)^{2018} + (x^2 - x + 1)^{2018} - 2 = (x-1).Q(x) + r$$

$$\text{Xét tại } x=1 \text{ thì } r = (1^2 + 1 - 1)^{2018} + (1^2 - 1 + 1)^{2018} - 2 = 0$$

$$\text{Vậy, } F = (x^2 + x - 1)^{2018} + (x^2 - x + 1)^{2018} - 2 \text{ chia hết cho } (x-1).$$

Bài 40: Chứng minh: $G = x^{8n} + x^{4n} + 1$ chia hết cho $x^{2n} + x^n + 1$, với $n \in \mathbb{N}$.

HD:

$$G = x^{8n} + x^{4n} + 1 \text{ chia hết cho } x^{2n} + x^n + 1, \text{ với } n \in \mathbb{N}.$$

Ta có:

$$G = x^{8n} + x^{4n} + 1 = x^{8n} + 2x^{4n} + 1 - x^{4n} = (x^{4n} + 1)^2 - (x^{2n})^2 = (x^{4n} + x^{2n} + 1)(x^{4n} - x^{2n} + 1) \quad (1)$$

Mặt khác,

$$x^{4n} + x^{2n} + 1 = x^{4n} + 2x^{2n} + 1 - x^{2n} = (x^{2n} + 1)^2 - (x^n)^2 = (x^{2n} + x^n + 1)(x^{2n} - x^n + 1) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } G = x^{8n} + x^{4n} + 1 = (x^{2n} + x^n + 1)(x^{2n} - x^n + 1)(x^{4n} - x^{2n} + 1)$$

$$\text{Vậy, } G = x^{8n} + x^{4n} + 1 \text{ chia hết cho } x^{2n} + x^n + 1, \text{ với } n \in \mathbb{N}.$$

Bài 41: Xác định số hữu tỉ k để đa thức $A = x^3 + y^3 + z^3 + kxyz$ chia hết cho đa thức $x + y + z$

HD:

Gọi thương của phép chia $A = x^3 + y^3 + z^3 + kxyz$ cho đa thức $x + y + z$ là Q ,

Ta có :

$$x^3 + y^3 + z^3 + kxyz = (x + y + z)Q.$$

Đẳng thức trên đúng với mọi x, y, z nên với $x = 1, y = 1, z = -2$ ta có:

$$1^3 + 1^3 + (-2)^3 + k(-2) = (1 + 1 - 2)Q \Rightarrow -6 - 2k = 0 \Rightarrow k = -3$$

Vậy, $A = x^3 + y^3 + z^3 + kxyz$ chia hết cho đa thức $x + y + z$ thì $k = -3$.

Bài 42: Xác định các hệ số hữu tỉ a và b sao cho $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ chia hết cho $g(x) = x^2 - x + 1$.

HD:

Phép chia hết của $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ cho $g(x) = x^2 - x + 1$ có đa thức thương dạng

$$h(x) = x^2 + cx + b.$$

Ta viết $x^4 + ax^2 + b = (x^2 - x + 1)(x^2 + cx + b)$ với mọi x

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (x^2 - x + 1)(x^2 + cx + b) &= x^4 + c^3x + bx^2 - x^3 - cx^2 - bx + x^2 + cx + b \\ &= x^4 + (c-1)x^3 + (b-c+1)x^2 + (-b+c)x + b \end{aligned}$$

Suy ra $x^4 + ax^2 + b = x^4 + (c-1)x^3 + (b-c+1)x^2 + (-b+c)x + b$ với mọi x

Đồng nhất thức hai vế, ta được: $c-1=0, b-c+1=a, -b+c=0$

Suy ra $a=b=c=1$

Vậy, $a=b=1$

Bài 43: Tìm các số a, b, c sao cho đa thức $x^4 + ax + b$ chia hết cho $(x^2 - 4)$

HD:

Chia đa thức $x^4 + ax + b$ cho $x^2 - 4$

Được đa thức dư suy ra $a = 0 ; b = -16$.

Bài 44: Với giá trị nào của a và b thì đa thức : $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 + ax + b$ chia hết cho đa thức

$$g(x) = x^2 + 4 - 3x.$$

HD:

Chia $f(x)$ cho $g(x)$

$$\text{Ta có : } x^4 - 3x^2 + 3x^2 + ax + b : x^2 - 3x + 4.$$

$$= x^2 + 1 \text{ dư } (a-3)x + b + 4$$

$f(x) : g(x)$ khi và chỉ khi số dư bằng không.

Từ đây suy ra

$$a-3=0 \Rightarrow a=3$$

$$b+4=0 \Rightarrow b=-4$$

Bài 45: Tìm a, b để: $x^3 + ax^2 + 2x + b$ chia hết cho $x^2 + x + 1$

HD:

Thực hiện phép chia đa thức, rồi từ đó ta tìm được: $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

Bài 46: Cho đa thức $P(x) = x^2 + bx + c$, trong đó b và c là các số nguyên. Biết rằng đa thức

$x^4 + 6x^2 + 25$ và $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$ đều chia hết cho $P(x)$. Tính $P(1)$

HD:

Từ giả thiết chỉ ra: $14x^2 - 28x + 70$ chia hết cho $x^2 + bx + c$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 5) : (x^2 + bx + c) \text{ mà } b, c \text{ là các số nguyên nên } b = -2; c = 5$$

$$\text{Khi đó } P(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 5 = 4$$

Bài 47: tìm các số nguyên a và b để đa thức $A(x) = x^4 - 3x^3 + ax + b$ chia hết cho đa thức $B(x) = x^2 - 3x + 4$

HD:

Ta có:

$$A(x) = B(x) \cdot (x^2 - 1) + (a - 3)x + b + 4$$

$$\text{Để } A(x) : B(x) \text{ thì } \begin{cases} a-3=0 \\ b+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$$

Bài 48: Tìm dư khi chia đa thức $x^{100} - 2x^{51} + 1$ cho $x^2 - 1$

HD:

$$\text{Ta có: } f(x) = x^{100} - 2x^{51} + 1 = (x^2 - 1).q(x) + ax + b$$

$$\text{Theo định lí Bơ-zu: } f(1) = 0 = a + b$$

$$f(-1) = 4 = -a + b \Rightarrow b = 2; a = -2.$$

$$\text{Vậy dư là: } -2x + 2$$

Bài 49: Tìm dư khi chia đa thức $x^{100} - 2x^{51} + 1$ cho $x^2 + 1$

HD:

$$\text{Ta có } f(x) = (x^{100} + x^2) - (2x^{51} + 2x) - (x^2 + 1) + (2x + 2)$$

$$f(x) = x^2(x^{98} + 1) - 2x(x^{50} + 1) - (x^2 + 1) + (2x + 2)$$

$$\text{Vì: } x^2(x^{98} + 1) : (x^2 + 1); \quad 2x(x^{50} + 1) : (x^2 + 1); \quad (x^2 + 1) : (x^2 + 1).$$

$$\Rightarrow (2x + 2) \text{ chia cho } (x^2 + 1) \text{ dư là } 2x + 2$$

Bài 50: Chứng minh rằng $f(x) = x^{99} + x^{88} + \dots + x^{11} + 1$ chia hết cho $g(x) = x^9 + x^8 + \dots + x + 1$

HD:

$$\text{Ta có: } f(x) - g(x) = x^{99} - x^9 + x^{88} - x^8 + \dots + x^{11} - x + 1 - 1$$

$$= x^9(x^{90} - 1) + x^8(x^{80} - 1) + x(x^{10} - 1) \text{ chia hết cho } x^{10} - 1$$

$$\text{Mà } x^{10} - 1 = (x - 1)(x^9 + x^8 + \dots + x + 1) \text{ chia hết cho } x^9 + x^8 + \dots + x + 1$$

$$\text{Suy ra } f(x) - g(x) \text{ chia hết cho } g(x) = x^9 + x^8 + \dots + x + 1$$

$$\text{Vậy } f(x) = x^{99} + x^{88} + \dots + x^{11} + 1 \text{ chia hết cho } g(x) = x^9 + x^8 + \dots + x + 1$$

Bài 51: Cho đa thức $A(x) = a^2x^3 + 3ax^2 - 6x - 2a$ ($a \in \mathbb{Q}$). x/định a sao cho $A(x)$ chia hết cho $x + 1$?

HD:

$$\text{Gọi thương của phép chia } A(x) \text{ cho } x + 1 \text{ là } Q(x)$$

$$\text{Ta có: } a^2x^3 + 3ax^2 - 6x - 2a = (x + 1).Q(x)$$

$$\text{Vì đẳng thức đúng với mọi } x \text{ nên ta cho } x = -1, \text{ ta được:}$$

$$-a^2 + 3a + 6 - 2a = 0 \Leftrightarrow -a^2 + a + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 3 \end{cases}$$

Với $a = -2$ thì $A(x) = 4x^3 - 6x^2 - 6x + 4$ và $Q(x) = 4x^2 - 10x + 4$

Với $a = 3$ thì $A(x) = 9x^3 + 9x^2 - 6x - 6$ và $Q(x) = 9x^2 - 6$

Bài 52: Tìm đa thức bậc hai $P(x)$ biết $P(0) = 25$; $P(1) = 7$; $P(2) = -9$

HD:

Để tìm đa thức $P(x)$ có bậc không quá n khi biết giá trị của đa thức tại $n + 1$ điểm $c_1, c_2, \dots, c_{n+1}$ ta có thể biểu diễn $P(x)$ dưới dạng:

$$P(x) = b_0 + b_1(x - c_1) + b_2(x - c_1)(x - c_2) + \dots + b_n(x - c_1)(x - c_2)\dots(x - c_n)$$

Giải:

$$\text{Đặt } P(x) = b_0 + b_1x + b_2x(x-1) (*)$$

$$\text{Thay } x \text{ lần lượt bằng } 0, 1, 2 \text{ vào } (*) \text{ ta được: } \begin{cases} b_0 = 25 \\ b_0 + b_1 = 7 \\ b_0 + 2b_1 + 2b_2 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_0 = 25 \\ b_1 = -18 \\ b_2 = 1 \end{cases}$$

Vậy đa thức cần tìm có dạng $P(x) = x^2 - 19x + 25$

Bài 53: Cho đa thức $P(x) = 6x^5 + ax^4 + bx^3 + x^2 + cx + 450$, biết đa thức $P(x)$ chia hết cho các đa thức $x - 2$; $x - 3$; $x - 5$. Hãy tìm a, b, c và các nghiệm của $P(x)$.

HD:

$$P(2) = 192 + 16a + 8b + 4 + 2c + 450 = 0 \quad c + 4b + 8a = -323$$

$$P(3) = 1458 + 81a + 27b + 9 + 3c + 450 = 0 \quad c + 9b + 27a = -639$$

$$P(5) = 18750 + 625a + 125b + 25 + 5c + 450 = 0 \quad c + 25b + 125a = -3845$$

$$\text{Kết quả : } a = -59 ; b = 161 ; c = -495$$

$$\text{Ta có: } P(x) = (x-2)(x-3)(x-5)(mx^2 + nx + q) \quad m = 6 ; n = 1 ; q = -15$$

$$P(x) = (x-2)(x-3)(x-5)(6x^2 + x - 15) = (x-2)(x-3)(x-5)(3x+5)(2x-3)$$

$$\text{Vậy nghiệm của } P(x) \text{ là: } x = 2; 3; 5; -\frac{5}{3}; \frac{3}{2}$$

3. Bài tập chưa làm

Bài 1: Tìm phần dư của phép chia $f(x) = x^{2012} + x^{2011} + 1$ cho đa thức :

a, $x^2 - 1$

b, $x^2 + x + 1$

HD:

Bài 2: Cho đa thức: $P(x) = x^4 + x^3 + 6x^2 - 40x + m - 1979$

a, Tìm m sao cho $P(x)$ chia hết cho $x-2$

b, Với m tìm được, hãy giải thích phương trình $P(x)=0$

HD:

Bài 3: Tìm số nguyên n sao cho: $3n^3 + 10n^2 - 5$ chia hết cho $3n+1$

HD: