

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐẮK LẮK
TRƯỜNG TT GDNN-GDTX EA SÚP

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025

NHÓM: LỚP: 12

Môn: TOÁN Lớp 12-THPT, GDTX

ĐỀ THAM KHẢO

(Đề gồm có 06 trang)

Thời gian làm bài 90', không kể thời gian giao đề

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu I.1 TDLL_NB: Biết $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_1^3 g(x)dx = -7$. Giá trị của $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng
A. -29. B. -31. C. 1. **D. -29.**

Câu I.2 TDLL_NB: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2\sqrt{x}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{5}{3}$ là
A. $F(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2$. B. $F(x) = x^3 - x^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{3}$.
C. $F(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{3}$. **D. $F(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2$.**

Câu I.3 GQVD_TH: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	$[2; 3,5)$	$[3,5; 5)$	$[5; 6,5)$	$[6,5; 8)$
Số bóng đèn	8	22	35	15

Số trung bình của mẫu số liệu là

A. 5,0. B. 5,75. C. 6,5. **D. 5,32.**

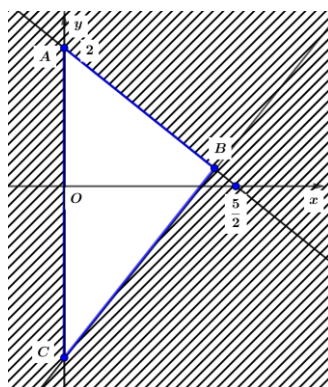
Câu I.4 TDLL_NB: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.** C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Câu I.5 GQVD_VD. Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Khi đó $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. 2. **B. $2\sqrt{3}$.** C. $-2\sqrt{3}$. D. -2.

Câu I.6 GQVD_TH. Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Câu I.7 TDLL_NB: Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1, 2, -1)$, $B(2, -1, 3)$, $C(-3, 5, 1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $(-2, 2, 5)$.

B. $(-4, 8, -5)$

C. $(-4, 8, -3)$.

D. $(-2, 8, -3)$.

Câu I.8 GQVD_NB: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $\triangle ABC$ vuông ở B , AH là đường cao của $\triangle SAB$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $SA \perp BC$.

B. $AH \perp BC$.

C. $AH \perp AC$.

D. $AH \perp SC$.

Câu I.9 GQVD_TH: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{5\cos 2x + 1}{2}$ lần lượt là

A. 1 và 2.

B. 3 và 2.

C. 3 và -2.

D. -3 và 1.

Câu I.10 GQVD_TH: Với giá trị x nào dưới đây thì các số $-4; x; -9$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

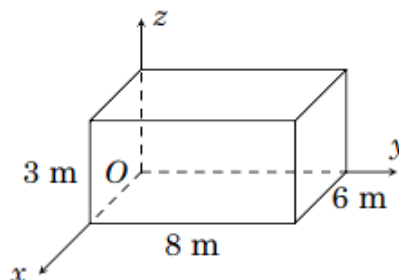
A. $x = 36$.

B. $x = -\frac{13}{2}$.

C. $x = 6$.

D. $x = -36$.

Câu I.11 TDLL_NB: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8 m, chiều rộng là 6 m và chiều cao là 3 m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Hãy tìm tọa độ của điểm treo đèn



A. $\left(\frac{3}{2}; 4; 0\right)$.

B. $(3; 4; 3)$.

C. $(3; 4; 0)$.

D. $(3; 0; 4)$.

Câu I.12 GQVD_VD Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 2$ vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất trên hệ trục Oxy là:

A. $y = -x - 2$ và $y = -x + 4$.

B. $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

C. $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18-5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18+5\sqrt{3}}{9}$.

D. $y = -x - \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{18-5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{18+5\sqrt{3}}{9}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu II.1 : Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) TD_NB Hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên tập xác định.

b) GQVD_NB Đồ thị các hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

c) GQVD_NB Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) là hàm số chẵn.

d) GQVD_VD Đồ thị các hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục tung Oy .

Câu II.2: Cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng $(d): y = x-3$.

a) MH_NB Công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x-3}{x+1}$, trục hoành, $x = 2, x = 3$ quanh trục hoành là: $V = \int_2^3 \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^2 dx$

b) TDLL_VD Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ với hai trục tọa độ có diện tích nhỏ hơn 2.

c) MH_TH Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng $(d): y = x-3$ là $12 - 5\ln 5$

d) MH_TH Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng $(d): y = x-3$ quanh trục hoành là: $V = \pi \int_0^4 \left| \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^2 - (x-3)^2 \right| dx$.

Câu II.3. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";
 B: "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng".

a) GQVD_VD : $P(A) = 0,85$.

b) GQVD_VD : $P(B|A) = 0,99$.

c) GQVD_VD : $P(B) = 0,9855$.

d) MH_VD : $P(A|B) = 0,95$.

Câu II.4: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , $AB = AC = AD = BD = BC = a$,
 $CD = a\sqrt{2}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai

a) TDLL_NB : $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 0$

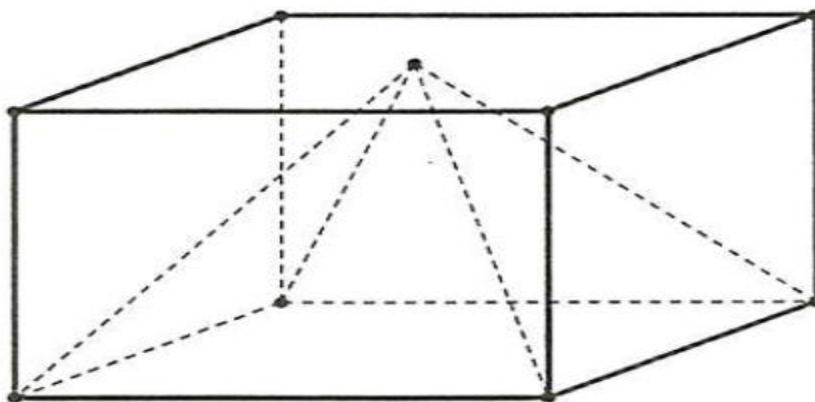
b) TDLL_TH : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$

c) MH_TH : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

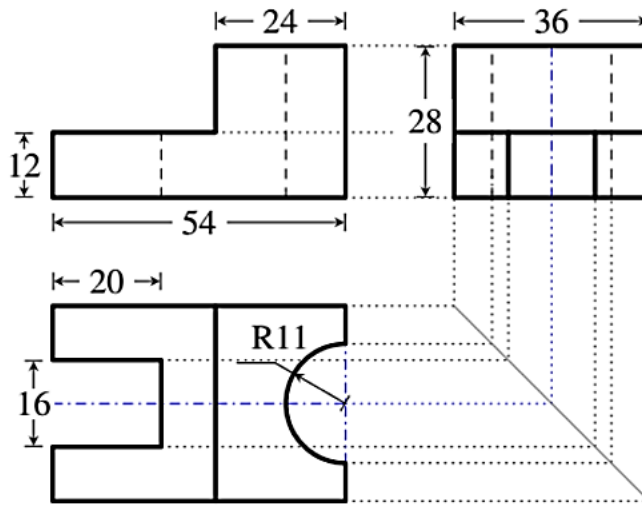
d) MH_VD: Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ bằng 60°

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu III.1.GQVD_TH Một cái hộp hình lập phương, bên trong nó đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, giả sử hình vuông đáy của hình chóp trùng với một mặt của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Biết cạnh của chiếc hộp bằng $30cm$, hãy tính thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong).

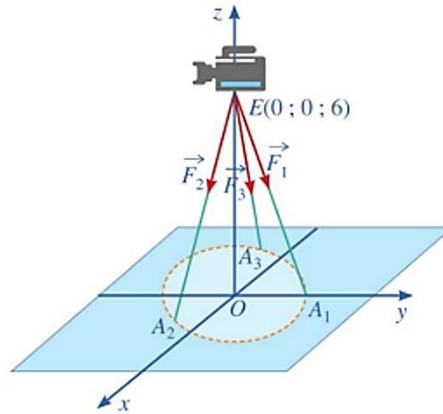


Câu III.2. MH_VD Một chi tiết máy có các hình chiếu đứng, hình chiếu cạnh và hình chiếu bằng như hình vẽ sau (Các kích thước cho như trong hình vẽ).

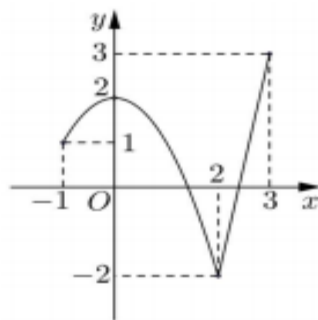


Gọi V là thể tích kim loại cần để đúc chi tiết máy đó. Tính $\frac{V}{2025}$ (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

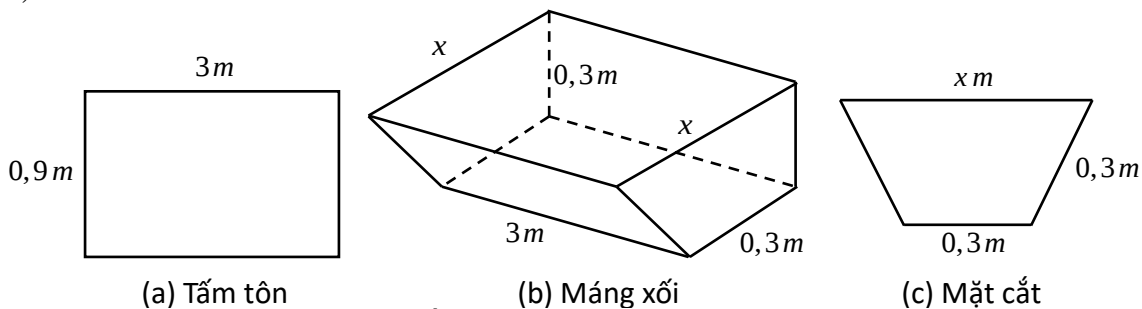
Câu III.3:MH_VD Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0;0;6)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0;1;0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$. Biết rằng trọng lực tổng hợp của chiếc máy là 300 N . Tìm được tọa độ của các lực tác dụng lên giá đỡ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ khi đó tích vô hướng của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ bằng?



Câu III.4:MH_VD Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$, có đồ thị là một phần của parabol và một phần là đoạn thẳng như trong hình bên dưới. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ thỏa mãn $F(-1) = -\frac{5}{3}$. Giá trị của $F(0) + F(3)$ bằng bao nhiêu? (kết quả lấy đến chữ số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy).



Câu III.5:MH_VD Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối là một hình thang cân. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



Câu III.6.MH_VD Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào một hàng dọc sao cho 2 bạn nam bất kì không đứng liền nhau và 2 bạn nữ bất kì không đứng liền nhau?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu I.1: Biết $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_1^3 g(x)dx = -7$. Giá trị của $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -29. B. -31. C. 1. **D. 29.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx = 3 \int_1^3 f(x)dx - 2 \int_1^3 g(x)dx = 3.5 - 2.(-7) = 29.$$

Câu I.2: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2\sqrt{x}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{5}{3}$ là

- A. $F(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2$. B. $F(x) = x^3 - x^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{3}$.
- C. $F(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{3}$. **D. $F(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2$.**

Lời giải

$$+ F(x) = \int (3x^2 - 2\sqrt{x})dx = x^3 - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + C.$$

$$+ F(1) = -\frac{1}{3} + C = \frac{5}{3} \Rightarrow C = 2.$$

$$+ \text{Vậy } F(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2.$$

Câu I.3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	$[2; 3,5)$	$[3,5; 5)$	$[5; 6,5)$	$[6,5; 8)$
Số bóng đèn	8	22	35	15

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A. 5,0. B. 5,75. C. 6,5. **D. 5,32.**

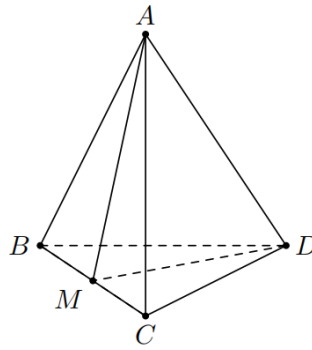
Lời giải

$$\bar{x} = \frac{m_1 \cdot x_1 + \dots + m_k \cdot x_k}{n} = 5,32$$

Câu I.4: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.** C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BM}$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } \overrightarrow{AG} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}). \end{aligned}$$

Câu I.5. Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Khi đó $y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right)$ bằng:

A. 2 .

B. $2\sqrt{3}$.

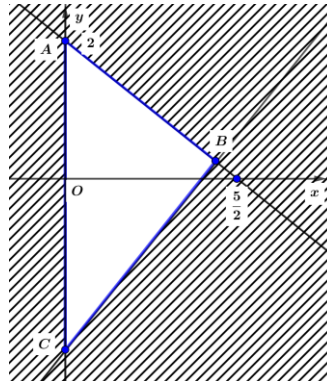
C. $-2\sqrt{3}$.

D. -2 .

Đáp án B.

$$y' = -\sin 2x, y'' = -2 \cos 2x \Rightarrow y^{(3)} = 4 \sin 2x \Rightarrow y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}$$

Câu I.6. Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Cạnh AC có phương trình $x=0$ và cạnh AC nằm trong miền nghiệm nên $x \geq 0$ là một bất phương trình của hệ.

Cạnh AB qua hai điểm $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ và $(0; 2)$ nên có phương trình: $\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 4x + 5y = 10$.

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

Câu I.7: Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1, 2, -1)$, $B(2, -1, 3)$, $C(-3, 5, 1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là
A. $(-2, 2, 5)$. **B.** $(-4, 8, -5)$ **C.** $(-4, 8, -3)$. **D.** $(-2, 8, -3)$.

Lời giải

Đáp án : D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1, -3, 4)$; $\overrightarrow{AC} = (-4, 3, 2)$ Suy ra $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

Gọi $D(x, y, z)$; $\overrightarrow{DC} = (-3 - x, 5 - y, 1 - z)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = 1 \\ 5 - y = -3 \\ 1 - z = 4 \end{cases} \Rightarrow D(-4, 8, -3)$

Câu I.8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $\triangle ABC$ vuông ở B , AH là đường cao của $\triangle SAB$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $SA \perp BC$. **B.** $AH \perp BC$. **C.** $AH \perp AC$. **D.** $AH \perp SC$.

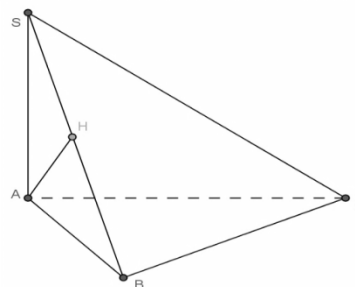
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Do $SA \perp (ABC)$ nên **câu A** đúng.

Do $BC \perp (SAB)$ nên **câu B** và **D** đúng.

Vậy câu C sai.



Câu I.9: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

$y = \frac{5\cos 2x + 1}{2}$ lần lượt là

A. 1 và 2. **B.** 3 và 2. **C.** 3 và -2. **D.** -3 và 1.

Lời giải

Đáp án: C

$-1 \leq \cos 2x \leq 1 (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow -5 \leq 5\cos 2x \leq 5 (\forall x \in \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow -4 \leq 5\cos 2x + 1 \leq 6 (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow -2 \leq \frac{5\cos 2x + 1}{2} \leq 3 (\forall x \in \mathbb{R}).$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3 và giá trị nhỏ nhất của hàm số là -2 .

Câu I.10. Với giá trị x nào dưới đây thì các số $-4; x; -9$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

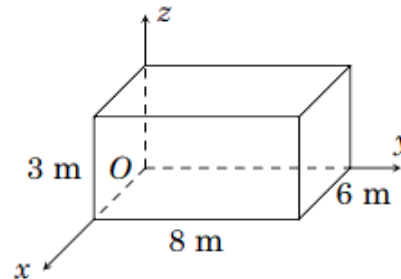
A. $x = 36$.

B. $x = -\frac{13}{2}$.

C. $x = 6$.

D. $x = -36$.

Câu I.11: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8 m, chiều rộng là 6 m và chiều cao là 3 m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Hãy tìm tọa độ của điểm treo đèn



A. $\left(\frac{3}{2}; 4; 0\right)$.

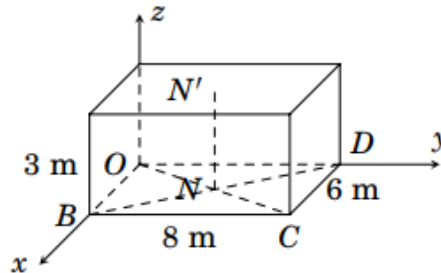
B. $(3; 4; 3)$.

C. $(3; 4; 0)$.

D. $(3; 0; 4)$.

Lời giải

Gọi tọa độ các điểm $B(6;0;0); C(6;8;0); D(0;8;0)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi N là trung điểm của OC , N' là hình chiếu của N lên mặt phẳng trần nhà suy ra N' là điểm treo đèn.

Khi đó $N(3; 4; 0) \Rightarrow N'(3; 4; 3)$

Vậy tọa độ của điểm treo đèn là $(3; 4; 3)$

Câu I.12. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 2$ vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất trên hệ trục Oxy là:

A. $y = -x - 2$ và $y = -x + 4$.

B. $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5\sqrt{3}}{9}$.

C. $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18-5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18+5\sqrt{3}}{9}$.

D. $y = -x - \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{18-5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{18+5\sqrt{3}}{9}$

Đáp án C.

Lời giải

$$y' = 3x^2 - 2$$

Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất $\Delta: y = x$

$$\Rightarrow y'(x_0) \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 2 = -2 \Leftrightarrow x_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là : $y = -x + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18-5\sqrt{3}}{9}$ và $y = -x - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{18+5\sqrt{3}}{9}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu II.1: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến trên tập xác định.

b) Đồ thị các hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

c) Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) là hàm số chẵn.

d) Đồ thị các hàm số $y = 3^x$ và $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ đối xứng với nhau qua trục tung Oy .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Hàm số $y = \log_3 x$ có cơ số $a = 3 > 1$ nên đồng biến trên tập xác định, a đúng.

b) Đồ thị các hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ và $y = \log_{\sqrt{2}} x$ không cắt nhau do $(\sqrt{2})^x > 1, \forall x \in (0; +\infty)$ và

$\log_{\sqrt{2}} x < 1, \forall x \in (0; +\infty)$. Thật vậy xét hàm số $f(x) = (\sqrt{2})^x - x$ trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có

$$f'(x) = (\sqrt{2})^x \ln \sqrt{2} - 1 > 0, \forall x \in (0; +\infty), \text{ b sai.}$$

c) Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) có $a^{-x} \neq a^x$ nên không là hàm số chẵn, c sai.

d) Hàm số $y = f(x) = 3^x$ và $y = g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ có $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^{-x} \Rightarrow g(x) = f(-x)$, d đúng

Câu II.2: Cho đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng (d): $y = x-3$.

a) Công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-3}{x+1}$

, trục hoành, $x=2, x=3$ quanh trục hoành là: $V = \int_2^3 \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^2 dx$

b) Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ với hai trục tọa độ có diện tích nhỏ hơn 2.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng (d): $y = x-3$ là $12-5\ln 5$

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng

(d): $y = x-3$ quanh trục hoành là: $V = \pi \int_0^4 \left| \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^2 - (x-3)^2 \right| dx$.

Lời giải

a) Sai.

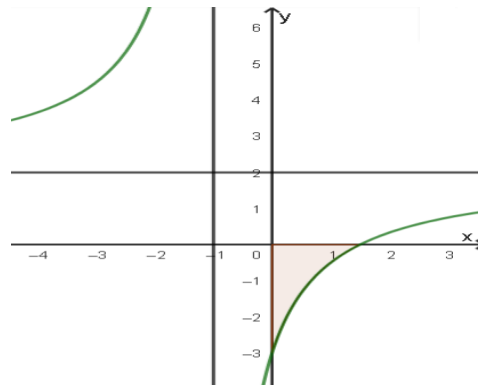
Công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-3}{x+1}$,

trục hoành, $x=2, x=3$ quanh trục hoành là: $V = \pi \int_2^3 \left(\frac{2x-3}{x+1}\right)^2 dx$

b) Đúng.

Giao điểm với trục hoành $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

Diện tích hình phẳng: $S = \int_0^{\frac{3}{2}} \left| \frac{2x-3}{x+1} \right| dx = -\int_0^{\frac{3}{2}} 2 - \frac{5}{x+1} dx = -\left(2x - 5\ln(x+1)\right)\Big|_0^{\frac{3}{2}} = -3 + 5\ln \frac{5}{2} \approx 1,58$



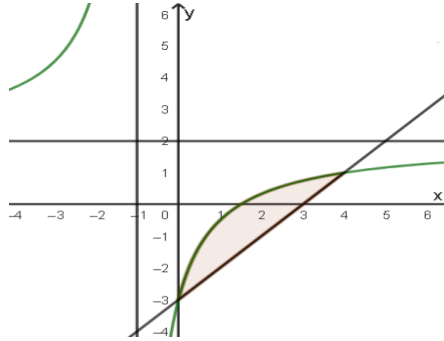
c) Đúng.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng (d): $y = x-3$.

Ta có $\frac{2x-3}{x+1} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng:

$$S = \int_0^4 \left| \frac{2x-3}{x+1} - (x-3) \right| dx = \int_0^4 \left(-x+5 - \frac{5}{x+1} \right) dx = \left(-\frac{x^2}{2} + 5x - 5\ln(x+1) \right) \Big|_0^4 = 12 - 5\ln 5$$



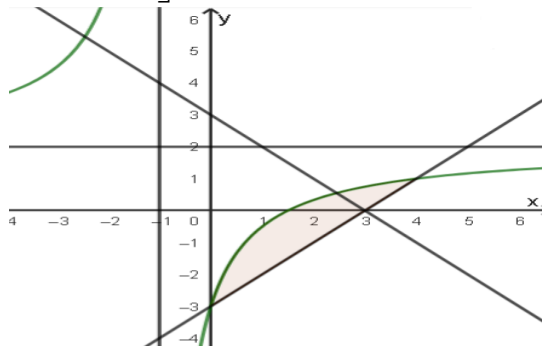
d) Sai.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng (d): $y = -x+3$.

Ta có $\frac{2x-3}{x+1} = -x+3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$

Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và đường thẳng (d): $y = x-3$ quanh trục hoành là:

$$V = \left[\pi \int_0^{\sqrt{6}} (x-3)^2 dx - \pi \int_0^{\frac{3}{2}} \left(\frac{2x-3}{x+1} \right)^2 dx \right] + \left[\pi \int_{\sqrt{6}}^4 \left(\frac{2x-3}{x+1} \right)^2 dx - \pi \int_3^4 (x-3)^2 dx \right].$$



Câu II.3. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B: "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng".

- a) $P(A) = 0,85$.
b) $P(B|A) = 0,99$.
c) $P(B) = 0,9855$.
d) $P(A|B) = 0,95$.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Đáp án	S	Đ	S	Đ

a) Ta có:

$$P(A) = 0,85;$$

$$b) P(\bar{A}) = 0,15; P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99;$$

$$c) P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96.$$

d) Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) \\ = 0,85.0,99 + 0,15.0,96 = 0,9855$$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,85.0,99}{0,9855} \approx 0,854.$$

Câu II.4: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , $AB = AC = AD = BD = BC = a$, $CD = a\sqrt{2}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai

a) $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

d) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ bằng 60°

Lời giải

a) Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Do đó mệnh đề **sai**

b) Vì $\triangle ABC$ đều nên áp dụng công thức tích vô hướng cho hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ta có

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB.AC.\cos(\widehat{BAC}) = a.a.\cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$$

Do đó mệnh đề **đúng**

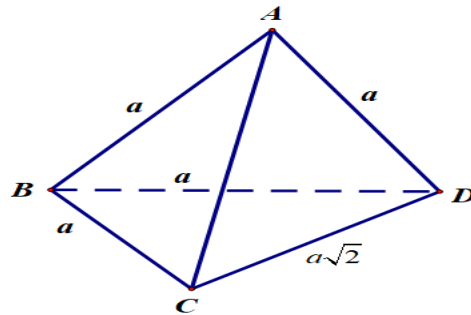
c) Ta có

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

Do đó mệnh đề **đúng**

d) Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = -\frac{1}{2}(AB^2 + BD^2 - AD^2) = -\frac{1}{2}(a^2 + a^2 - a^2) = -\frac{a^2}{2}$

Mặt khác tam giác $\triangle BCD$ có $BC = BD = a, CD = a\sqrt{2}$ suy ra $BC^2 + BD^2 = CD^2 \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$

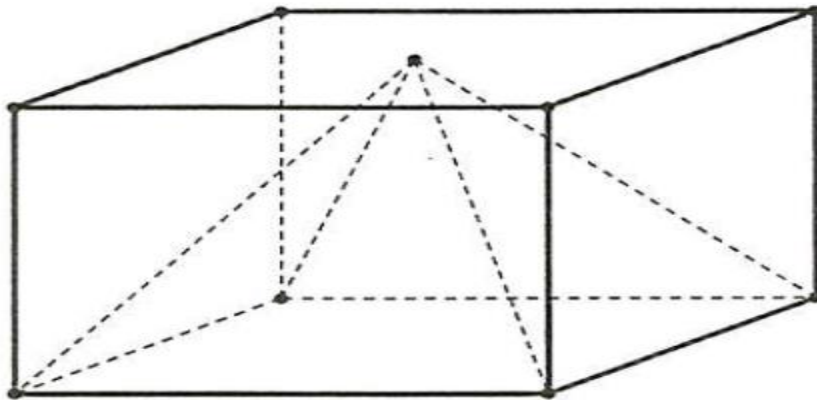


$$\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BD}|} = \frac{(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BD}}{a^2} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}}{a^2} = \frac{-\frac{a^2}{2} + 0}{a^2} = -\frac{1}{2}$$

Vậy $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) = 120^\circ$ Do đó mệnh đề **sai**

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu III.1. Một cái hộp hình lập phương, bên trong nó đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp đó trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, giả sử hình vuông đáy của hình chóp trùng với một mặt của chiếc hộp (mặt này cùng với mặt chứa đỉnh hình chóp là hai mặt đối nhau). Biết cạnh của chiếc hộp bằng 30cm , hãy tính thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp (mô hình đồ chơi được làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong).



Trả lời: $18000(\text{cm}^3)$

Lời giải

Thể tích cái hộp (khối lập phương) là: $V_1 = 30^3 = 2700(\text{cm}^3)$

Xét đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao của hình chóp bằng với một cạnh của hình lập phương, hay $h = 30\text{cm}$, đáy của hình chóp có diện tích $S = 30^2 = 900(\text{cm}^2)$.

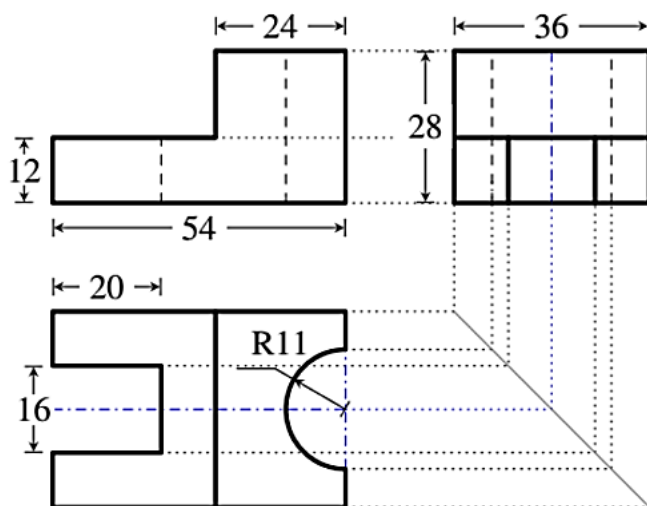
Thể tích khối đồ chơi (khối chóp tứ giác đều) là:

$$V_2 = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 900 \cdot 30 = 9000(\text{cm}^3) \quad (3)$$

Thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm bởi mô hình đồ chơi dạng hình chóp:

$$V = V_1 - V_2 = 27000 - 9000 = 18000(\text{cm}^3)$$

Câu III.2. Một chi tiết máy có các hình chiếu đứng, hình chiếu cạnh và hình chiếu bằng như hình vẽ sau (Các kích thước cho như trong hình vẽ).

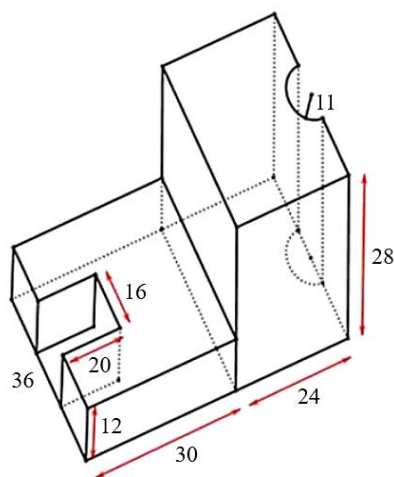


Gọi V là thể tích kim loại cần để đúc chi tiết máy đó. Tính $\frac{V}{2025}$ (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 14.

Từ hình chiếu đứng, hình chiếu cạnh và hình chiếu bằng của chi tiết máy ta suy ra hình thực của chi tiết máy như hình vẽ dưới đây:



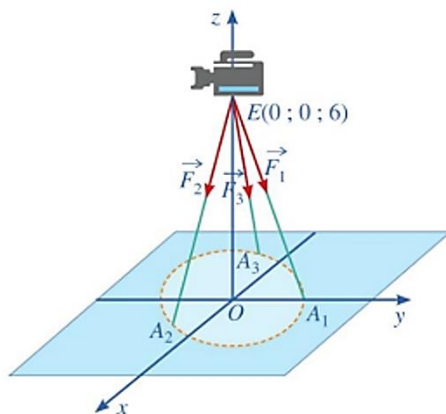
Gọi V_1 là thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 36,30,12; V_2 là thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 36,24,28; V_3 là thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 16,20,12; V_4 là thể tích khối bán trụ có bán kính đáy bằng 11, chiều cao bằng 28.

Thể tích của khối đồ chơi đó là:

$$V = V_1 + V_2 - (V_3 + V_4) = 36 \cdot 30 \cdot 12 + 36 \cdot 24 \cdot 28 - \left(16 \cdot 20 \cdot 12 + \frac{1}{2} \pi \cdot 11^2 \cdot 28 \right) \approx 27990$$

$$\Rightarrow \frac{V}{2025} \approx 14.$$

Câu III.3: Một chiếc máy được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0;0;6)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0;1;0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$. Biết rằng trọng lực tổng hợp của chiếc máy là $300N$. Tìm được tọa độ của các lực tác dụng lên giá đỡ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ khi đó tích vô hướng của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ bằng?



Lời giải

Trả lời: 9861

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{EA_1} = (0; 1; -6); \overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6\right); \overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6\right) \Rightarrow EA_1 = EA_2 = EA_3 = \sqrt{37}$$

$|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$ vì đèn cân bằng và trọng lực của đèn tác dụng đều lên 3 chân của giá đỡ

Do đó:

$$\overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{EA_1} = (0; k; -6k)$$

$$\overrightarrow{F_2} = k\overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}k; -\frac{1}{2}k; -6k\right)$$

$$\overrightarrow{F_3} = k\overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}k; -\frac{1}{2}k; -6k\right)$$

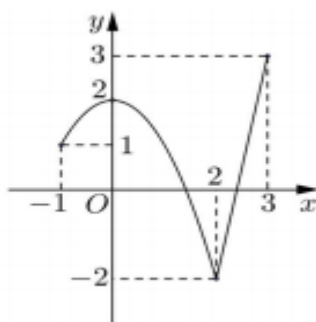
$$\Rightarrow \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (0; 0; -18k)$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{P} = (0; 0; -300) \Rightarrow -18k = 300 \Leftrightarrow k = \frac{50}{3}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{F_1} = \left(0; \frac{50}{3}; -100\right); \overrightarrow{F_2} = \left(\frac{25\sqrt{3}}{3}; -\frac{50}{6}; -100\right); \overrightarrow{F_3} = \left(-\frac{25\sqrt{3}}{3}; -\frac{50}{6}; -100\right)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{F_1} \cdot \overrightarrow{F_2} = \frac{88750}{9} \approx 9861.$$

Câu III.4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, có đồ thị là một phần của parabol và một phần là đoạn thẳng như trong hình bên dưới. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ thỏa mãn $F(-1) = -\frac{5}{3}$. Giá trị của $F(0) + F(3)$ bằng bao nhiêu? (kết quả lấy đến chữ số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy).



Lời giải

Đáp án : 1,8.

+) Trên $[-1; 2]$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là một phần của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua

$$\text{các điểm } (-1; 1), (0; 2), (2; -2) \text{ nên } \begin{cases} a(-1)^2 + b(-1) + c = 1 \\ c = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -x^2 + 2.$$

+) Trên $[2; 3]$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đoạn thẳng $(d): y = mx + n$ đi qua các điểm

$$(2; -2), (3; 3) \text{ nên } \begin{cases} 2m + n = -2 \\ 3m + n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = -12 \end{cases} \Rightarrow (d): y = 5x - 12.$$

$$\text{Vậy } f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ 5x - 12 & \text{khi } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

$$\text{+) Từ đó } F(x) = \begin{cases} \frac{-x^3}{3} + 2x + C_1 & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{5x^2}{2} - 12x + C_2 & \text{khi } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

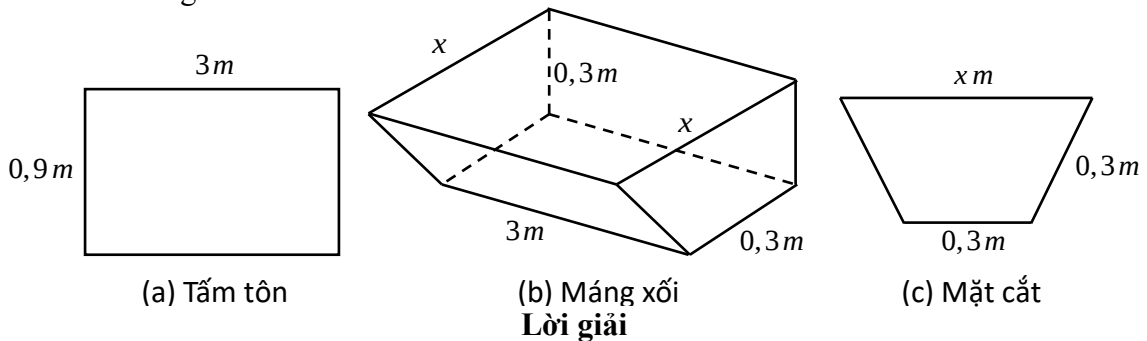
$$\text{Do } F(-1) = -\frac{5}{3} \Rightarrow C_1 = 0.$$

$$\text{Ta có } F(x) \text{ liên tục tại } x = 2 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{-x^3}{3} + 2x \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{5x^2}{2} - 12x + C_2 \right) \Rightarrow C_2 = \frac{46}{3}.$$

$$\text{Khi đó : } F(x) = \begin{cases} \frac{-x^3}{3} + 2x & \text{khi } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{5x^2}{2} - 12x + \frac{46}{3} & \text{khi } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } F(0) + F(3) = \frac{11}{6} \approx 1,8.$$

Câu III.5: Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối là một hình thang cân. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



Lời giải

Đáp số: 0,6.

Gọi h là chiều cao của hình thang

Vì chiều cao lăng trụ bằng chiều dài tấm tôn nên thể tích máng xối lớn nhất khi diện tích hình thang cân lớn nhất

$$\text{Ta có } S = \frac{h}{2}(x+0,3)$$

$$BC = \frac{x-0,3}{2}(x > 0,3)$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{(0,3)^2 - \frac{(x-0,3)^2}{4}}$$

$$\text{ĐK: } (0,3)^2 - \frac{(x-0,3)^2}{4} > 0; (0,3 < x < 0,9)$$

Khi đó:

$$S = \frac{1}{4}(x+0,3)\sqrt{4.(0,3)^2 - (x-0,3)^2}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = (x+0,3)\sqrt{4.(0,3)^2 - (x-0,3)^2}; (0,3 < x < 0,9)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f'(x) &= \sqrt{4.(0,3)^2 - (x-0,3)^2} + (x+0,3) \frac{-(x-0,3)}{\sqrt{4.(0,3)^2 - (x-0,3)^2}} \\ &= \frac{4.(0,3)^2 - (x-0,3)^2 - (x+0,3)(x-0,3)}{\sqrt{4.(0,3)^2 - (x-0,3)^2}} = \frac{0,36 - 2x(x-0,3)}{\sqrt{4.(0,3)^2 - (x-0,3)^2}} \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 0,3x + 0,18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -0,3 \\ x = 0,6 \end{cases}$$

x	0,3	0,6	0,9
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ lớn nhất khi $x = 0,6$

Vậy thể tích máng xối lớn nhất khi $x = 0,6m$.

Câu III.6. Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào một hàng dọc sao cho 2 bạn nam bất kì không đứng liền nhau và 2 bạn nữ bất kì không đứng liền nhau?

Lời giải

Trả lời: 1152

Giả sử các vị trí đánh số từ 1 đến 8. Nếu xếp các bạn nam vào vị trí đánh số chẵn và các bạn nữ vào vị trí đánh số lẻ thì có $4!.4!$ cách. Ngược lại, xếp các bạn nam vào vị trí đánh số lẻ và các bạn nữ vào vị trí đánh số chẵn cũng có $4!.4!$ cách. Vậy số cách xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào một hàng dọc sao cho 2 bạn nam bất kì không đứng liền nhau và 2 bạn nữ bất kì không đứng liền nhau là $2.4!.4! = 1152$.

----- HẾT -----